THẦY QUANG BABY

Tất cả vì học sinh thân yêu



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

1.HÀM SỐ

2.LIÊN HỢP

3.ĐẶT ẨN PHỤ

4.ĐÁNH GIÁ



Facebook cá nhân : https://www.facebook.com/quang.manngoc



THẦY QUANG BABY

Tất cả vì học sinh thân yêu

TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

PHƯƠNG PHÁP HÀM SỐ

GIẢI HPT – PHƯƠNG PHÁP HÀM SỐ

Bài 1: Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^{10}+2x^{6}=y^{5}+2x^{4}y \\ \sqrt{x^{2}+5}+\sqrt{2y+1}=6 \end{cases}$ $(x, y \in \mathbb{R})$

Bài giải:

Điều kiện: $2y+1\geq 0 \Rightarrow y\geq -\frac{1}{2}$

- Xét x=0, từ pt đầu suy ra y=0, thay x=y=0 vào pt thứ hai không thỏa mãn (loại)

- Xét $x\neq 0$, chia 2 vế của pt đầu cho $x^{5}\neq 0$, ta được $x^{5}+2x=\left(\frac{y}{x}\right)^{5}+2\left(\frac{y}{x}\right)$ (1)

Xét hàm số $f(t)=t^{5}+2t, \forall t\in\mathbb{R}$. Ta có $f'(t)=5t^{4}+2>0, \forall t\in\mathbb{R}$.

Vậy hàm số $f(t)=t^{5}+2t$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Do đó (1) $\Leftrightarrow x=\frac{y}{x}\Leftrightarrow y=x^{2}$. Thay vào pt thứ 2 của hệ ta được: $\sqrt{y+5}+\sqrt{2y+1}=6$ (2)

Xét hàm số $g(y)=\sqrt{y+5}+\sqrt{2y+1}, \forall y\geq -\frac{1}{2}$.

Ta có $g'(y)=\frac{1}{2\sqrt{y+5}}+\frac{1}{\sqrt{2y+1}}>0, \forall y>-\frac{1}{2}$. Vậy g(y) đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$.

Mà g(4)=6 nên (2) $\Leftrightarrow y=4$

THẦY QUANG BABY

Tất cả vì học sinh thân yêu



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Suy ra $y = x^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = -2 \\ y = 4 \end{cases}$

Bài 2: Giải hệ phương trình $\begin{cases} xy(x+1) = x^3 + y^2 + x - y (1) \\ 3y\left(2+\sqrt{9x^2+3}\right) + (4y+2)\left(\sqrt{1+x+x^2}+1\right) = 0 (2) \end{cases}$

Bài giải:

Biến đổi PT $(1) \Leftrightarrow (x-y)\left(x^2 - y + 1\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = x \\ y = x^2 + 1 \end{array}\right.$

x = y thế vào PT (2) ta được:

$$3x\left(2+\sqrt{9x^2+3}\right) + (4x+2)\left(\sqrt{1+x+x^2}+1\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x+1)\left(\sqrt{(2x+1)^2+3}+2\right) = (-3x)\left(2+\sqrt{(-3x)^2+3}\right)$$

$$\Leftrightarrow f(2x+1) = f(-3x)$$

Xét $f(t) = t\left(\sqrt{t^2+3}+2\right)$ có $f'(t) > 0, \ \forall t.$

f là hàm số đồng biến nên: $2x+1 = -3x \Leftrightarrow x = -\frac{1}{5} \Rightarrow y = -\frac{1}{5}$

- $y = x^2 + 1$ thế vào

  (2) $3(x^2+1)\left(2+\sqrt{9x^2+3}\right) + \left(4x^2+1+2\right)\left(\sqrt{1+x+x^2}+1\right) = 0$



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Vế trái luôn dương, PT vô nghiệm.

Vậy hệ có nghiệm duy nhất: $\left(-\frac{1}{5};-\frac{1}{5}\right)$.

Bài 3: Giải hệ phương trình sau . $\begin{cases} x^3+y^3+3(x+y)=6y(y-2)+14(1) \\ 27x^3+27x^2+20x+4=4.\sqrt[3]{y+2x-1}(2) \end{cases}$

Bài giải:

Phương trình (1) $\Leftrightarrow x^3+3x=-y^3+6y^2-15y+14$

$\Leftrightarrow x^3+3x=(2-y)^3+3(2-y)$

Xét hàm số: $f(t)=t^3+3t$ liên tục trên R.

Ta có $f'(t)=3t^2+3>0$ với $(\forall t\in R)\Rightarrow$ hàm số đồng biến trên R.

$pt: f(x)=f(2-y)\Leftrightarrow x=2-y\Leftrightarrow y=2-x$

Thế y = 2-x vào phương trình (2) ta được.

$27x^3+2x^2+20x+4=4\sqrt[3]{1+x}\Leftrightarrow(3x+1)^3+4(3x+1)=x+1+4\sqrt[3]{x+1}$

Xét hàm số: $g(t)=t^3+4t$ liên tục trên R.

Ta có $g'(t)=3t^2+4>0\Rightarrow$ hàm số đồng biến trên R.

Suy ra: $g(3x+1)=g(\sqrt[3]{x+1})\Leftrightarrow 3x+1=\sqrt[3]{x+1}\Leftrightarrow 27x^3+27x^2+9x+1=x+1$



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

$\Leftrightarrow 27x^3+27x^2+8x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \Rightarrow y=2 \\ 27x^2+27x+8=0(vn) \end{array}\right.$
Vậy hệ phương trình có nghiệm (x;y)=(0;2)

Bài 4: Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x+1}+\sqrt{(x+1)(y-2)}+x+5=2y+\sqrt{y-2} \\ \dfrac{(x-8)(y+1)}{x^2-4x+7}=(y-2)\left(\sqrt{x+1}-3\right) \end{cases} \quad (x,y\in\mathbb{R})$

Bài giải:

Điều kiện: $\begin{cases} x \geq -1 \\ y \geq 2 \end{cases}$

Xét phương trình: $\sqrt{x+1}+\sqrt{(x+1)(y-2)}+x+5=2y+\sqrt{y-2}$

Đặt $\begin{cases} a=\sqrt{x+1}\geq 0 \\ b=\sqrt{y-2}\geq 0 \end{cases}$ ta được phương trình: $a+ab+x+1=2y-4+b$

$\Leftrightarrow a^2-2b^2+ab+a-b=0 \Leftrightarrow a^2-b^2+ab-b^2+a-b=0$

$\Leftrightarrow (a-b)(a+b)+b(a-b)+(a-b)=0$

$\Leftrightarrow (a-b)(a+2b+1)=0 \Leftrightarrow a=b$

Từ phương trình (1) ta có $\sqrt{x+1}=\sqrt{y-2} \Leftrightarrow y=x+3$ thay vào phương trình (2) ta



được

$$\frac{(x-8)(x+4)}{x^2-4x+7}=(x+1)\left(\sqrt{x+1}-3\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x-8)(x+4)}{x^2-4x+7}=\frac{(x+1)(x-8)}{\sqrt{x+1}+3}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=8 \\ \dfrac{x+4}{x^2-4x+7}=\dfrac{x+1}{\sqrt{x+1}+3} \end{array}\right.$$

Tiếp tục giải phương trình

$$\frac{x+4}{x^2-4x+7}=\frac{x+1}{\sqrt{x+1}+3}$$

$$\Leftrightarrow (x+4)\left(\sqrt{x+1}+3\right)=(x+1)(x^2-4x+7)$$

$$\Leftrightarrow \left((x+1)+3\right)\left(\sqrt{x+1}+3\right)=\left((x-2)+3\right)(x^2-4x+4+3)$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x+1}^2+3\right)\left(\sqrt{x+1}+3\right)=\left((x-2)^2+3\right)\left((x-2)+3\right)$$

Xét hàm số $f(t)=(t^2+3)(t+3)=t^3+3t^2+3t+9, t\geq 0$

$f'(t)=3t^2+3t+3>0, t\geq 0$



THẦY QUANG BABY

Tất cả vì học sinh thân yêu

TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Do đó hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[0;+\infty)$

Từ $f(\sqrt{x+1}) = f((x-2)) \Leftrightarrow \sqrt{x+1} = x-2$

Giải phương trình

$$\sqrt{x+1} = x-2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x+1 = x^2 - 4x + 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 - 5x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{5+\sqrt{13}}{2}$$

+) Với $x = 8 \Rightarrow y = 11$

+) Với $x = \frac{5+\sqrt{13}}{2} \Rightarrow y = \frac{11+\sqrt{13}}{2}$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là:

$$(8;11), \left(\frac{5+\sqrt{13}}{2}, \frac{11+\sqrt{13}}{2}\right)$$

Bài 5 : Giải hệ phương trình $\begin{cases} \left(x+\sqrt{x^2+4}\right)\left(y+\sqrt{y^2+1}\right) = 2(1) \\ 12y^2 - 10y + 2 = 2\sqrt[3]{x^3+1}(2) \end{cases}$ $(x; y \in \mathbb{R})$.

Bài giải:

THẦY QUANG BABY

Tất cả vì học sinh thân yêu



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Ta có: (1) $\Leftrightarrow x+\sqrt{x^2+4}=\sqrt{(-2y)^2+4}+(-2y)$ (*).

Xét hàm số đặc trưng $f(t)=\sqrt{t^2+4}+t \Rightarrow f'(t)=\frac{t}{\sqrt{t^2+4}}+1=\frac{t+\sqrt{t^2+4}}{\sqrt{t^2+4}}>\frac{t+|t|}{\sqrt{t^2+4}}\geq 0.$

Suy ra f(t) là hàm số đồng biến trên R. Từ (*) suy ra: $f(x)=f(-2y)\Rightarrow x=-2y$.

Thay vào phương trình (2) ta được:

$3x^2+5x+2=2\sqrt[3]{x^3+1}$

$\Leftrightarrow (x+1)^3+2(x+1)=(x^3+1)+2\sqrt[3]{x^3+1}$ (**)

Xét hàm số $g(t)=t^3+2t$ ta thấy g(t) đồng biến trên R nên từ (**) suy ra

$x+1=\sqrt[3]{x^3+1}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1 \end{array}\right.$. Vậy hệ có hai nghiệm là $(-1;\frac{1}{2})$; $(0;0)$.

Bài 6: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} (y+1)^2+y\sqrt{y^2+1}=x+\frac{3}{2} (1) \\ x+\sqrt{x^2-2x+5}=1+2\sqrt{2x-4y+2} (2) \end{cases}$ $(x,y\in\mathbb{R})$

Bài giải:

Đk: $2x-4y+2\geq 0$

Ta có: $(1)\Leftrightarrow 2x-4y+2=\left(\sqrt{y^2+1}+y\right)^2$ thế vào PT (2) ta được

$(x-1)+\sqrt{(x-1)^2+4}=2\sqrt{\left(\sqrt{y^2+1}+y\right)^2}$



THẦY QUANG BABY

Tất cả vì học sinh thân yêu

TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

$\Leftrightarrow \frac{x-1}{2}+\sqrt{\left(\frac{x-1}{2}\right)^2+1}=y+\sqrt{y^2+1}$ (*) (vì $\sqrt{y^2+1}+y>\lvert y\rvert+y\ge 0$)
Xét hàm số $f(t)=t+\sqrt{t^2+1}$ trên $\mathbb{R}$ $f'(t)=1+\frac{t}{\sqrt{t^2+1}}=\frac{\sqrt{t^2+1}+t}{\sqrt{t^2+1}}>0,\forall t\in\mathbb{R}$, do $\sqrt{t^2+1}+t>\lvert t\rvert+t\ge 0,\forall t\in\mathbb{R}$ $\Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$, theo (*) ta có $f\left(\frac{x-1}{2}\right)=f(y)$ $\Rightarrow x=2y+1$
Với $x=2y+1$ thay vào (1) ta có: $\left(\sqrt{y^2+1}+y\right)^2=4\Leftrightarrow\sqrt{y^2+1}+y=2\Leftrightarrow\sqrt{y^2+1}=2-y\Leftrightarrow y=\frac{3}{4}\Rightarrow x=\frac{5}{2}$ Vậy hệ có nghiệm $(x;y)=\left(\frac{5}{2};\frac{3}{4}\right)$

Bài 7: Giải hệ phương trình $\begin{cases}2\sqrt{x-2}.\sqrt{y}+2\sqrt{(y+8)x}=y+4x\\ xy+2x-11+\sqrt{12-x+y}+\sqrt{7-3x}=0\end{cases}$.

Bài giải:

Điều kiện $2\le x\le\frac{7}{3}, y\ge 0$

Ta có

$2\sqrt{x-2}.\sqrt{y}=\sqrt{4(x-2)}\sqrt{y}\le\frac{4x-8+y}{2}$. Dấu "=" xảy ra khi y=4x–8



THẦY QUANG BABY

Tất cả vì học sinh thân yêu

TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

$2\sqrt{(y+8)x}=\sqrt{(y+8)4x}\le\dfrac{4x+y+8}{2}$. Dấu "=" xẩy ra khi y=4x–8

Suy ra $2\sqrt{x-2}.\sqrt{y}+2\sqrt{(y+8)x}\le y+4x$. Dấu "=" xẩy ra khi y=4x–8

Như vậy, pt(1)$\Leftrightarrow y=4x-8$. Thế vào pt(2) ta có:

$$4x^2-6x-11+\sqrt{4+3x}+\sqrt{7-3x}=0$$

$$\Leftrightarrow 4\left(x^2-x-3\right)+\left(\sqrt{4+3x}-x-1\right)+\left(\sqrt{7-3x}-x+2\right)=0$$

$$\Leftrightarrow 4\left(x^2-x-3\right)-\frac{\left(x^2-x-3\right)}{\sqrt{4+3x}+x+1}-\frac{\left(x^2-x-3\right)}{\sqrt{7-3x}+x-2}=0\ \left(\text{do } x\in\left[2;\frac{7}{3}\right]\right)$$

$$\Leftrightarrow\left(x^2-x-3\right)\left[4-\frac{1}{\sqrt{4+3x}+x+1}-\frac{1}{\sqrt{7-3x}+x-2}\right]=0$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2-x-3=0\qquad (*)\\ \dfrac{1}{\sqrt{4+3x}+x+1}+\dfrac{1}{\sqrt{7-3x}+x-2}=4\ (3)\end{array}\right.$$

$$+\,pt(*)\Leftrightarrow x^2-x-3=0\Leftrightarrow x=\frac{1+\sqrt{13}}{2}\vee x=\frac{1-\sqrt{13}}{2}$$

Đối chiếu điều kiện ta có $x=\dfrac{1+\sqrt{13}}{2}$

Hệ có nghiệm $\left(\dfrac{1+\sqrt{13}}{2};2\sqrt{13}-6\right)$

+ Xét pt(3)



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

$\forall x \in \left[2;\frac{7}{3}\right] \Rightarrow \sqrt{4+3x}+x+1 \geq 3+\sqrt{10} > 6 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{4+3x}+x+1} < \frac{1}{6}$

Xét hàm số $\forall x \in \left[2;\frac{7}{3}\right): g(x)=\sqrt{7-3x}+x-2$

$\Rightarrow g'(x) = -\frac{3}{2\sqrt{7-3x}}+1 = \frac{2\sqrt{7-3x}-3}{2\sqrt{7-3x}} < 0$

$\Rightarrow g(x) \geq g\left(\frac{7}{3}\right) = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{7-3x}+x-2} \leq 3$. Do đó,

$\forall x \in \left[2;\frac{7}{3}\right]: \frac{1}{\sqrt{4+3x}+x+1}+\frac{1}{\sqrt{7-3x}+x-2} \leq \frac{1}{6}+3 < 4$ hay pt(3) vô nghiệm

Vậy, hệ có nghiệm duy nhất $\left(\frac{1+\sqrt{13}}{2};2\sqrt{13}-6\right)$

Bài 8: Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x^3-4x^2+3x-1=2x^3(2-y)\sqrt{3-2y} & (1) \\ \sqrt{x+2}=\sqrt[3]{14-x\sqrt{3-2y}}+1 & (2) \end{cases}$

Bài giải:

Ta thấy $x=0$ không phải là nghiệm của hệ, chia cả hai vế của (1) cho x^3 ta được

$(1) \Leftrightarrow 2-\frac{4}{x}+\frac{3}{x^2}-\frac{1}{x^3}=2(2-y)\sqrt{3-2y}$

$\Leftrightarrow \left(1-\frac{1}{x}\right)^3+\left(1-\frac{1}{x}\right)=(3-2y)\sqrt{3-2y}+\sqrt{3-2y} \quad (*)$

Xét hàm $f(t)=t^3+t$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

$(*) \Leftrightarrow 1-\frac{1}{x}=\sqrt{3-2y}$ (3)

Thế (3) vào (2) ta được $\sqrt{x+2}=\sqrt[3]{15-x}+1 \Leftrightarrow \sqrt{x+2}-3+2-\sqrt[3]{15-x}=0$

$$\Leftrightarrow (x-7)\left(\underbrace{\frac{1}{\sqrt{x+2}+3}+\frac{1}{4-2\sqrt[3]{x+15}+\left(\sqrt[3]{x+15}\right)^2}}_{>0}\right)=0$$

Vậy hệ đã cho có nghiệm $(x;y)=\left(7;\frac{111}{98}\right)$.

Bài 9: Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2\sqrt{x+y+6}=1-y & (1) \\ 9\sqrt{1+x}+xy\sqrt{9+y^2}=0 & (2) \end{cases}$

Bài giải:

Đk: $\begin{cases} x+y+6\ge 0 \\ x\ge -1 \end{cases}$

+) Nếu $y\ge 0$, để hệ có nghiệm thì $1\ge y\ge 0$.

$\left.\begin{array}{l} VT(1)=2\sqrt{x+y+6}\ge 2\sqrt{5} \\ VP(1)=1-y\le 1 \end{array}\right\} \Rightarrow VT(1)>VP(1)$ hệ vô nghiệm.

+) Nếu y < 0, từ (2) suy ra x > 0

$$9\sqrt{1+x}+xy\sqrt{9+y^2}=0 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{\sqrt{x}}\right)\sqrt{9+\left(\frac{3}{\sqrt{x}}\right)^2}=(-y)\sqrt{9+(-y)^2} \quad (3)$$



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Xét hàm số $f(t)=t\sqrt{9+t^2}, t>0; f'(t)=\dfrac{9+2t^2}{\sqrt{9+t^2}}>0\forall t>0$

$(3)\Leftrightarrow f\left(\dfrac{3}{\sqrt{x}}\right)=f(-y)\Leftrightarrow \dfrac{3}{\sqrt{x}}=-y\Leftrightarrow x=\dfrac{9}{y^2}$

Thế vào pt(1) ta có phương trình $2\sqrt{\dfrac{9}{y^2}+y+6}=1-y$ (4). Hàm số $g(y)=2\sqrt{\dfrac{9}{y^2}+y+6}$ đồng biến trên $(-\infty;0)$; hàm số $h(y) = 1-y$ nghịch biến trên $(-\infty;0)$ và phương trình có ngiệm y = –3 nên pt(4) có nghiệm duy nhất y = –3. Vậy, hệ có nghiệm duy nhất (1; –3).

Bài 10: Giải hệ phương trình : $\begin{cases}\sqrt{y-1}+2y^2+1=\sqrt{x}+x^2+xy+3y\,(1)\\ \sqrt{x^2+y}+\sqrt{3}=\sqrt{y^2-3x}+\sqrt{7}\,(2)\end{cases}$

Bài giải:

Đk: $y\ge 1, x\ge 0, y^2\ge 3x$

Từ pt (2) ta có : $(y-x-1)\left(\dfrac{1}{\sqrt{y-1}+\sqrt{x}}+2y-1+x\right)=0$

Suy ra, y = x + 1

Thay vào pt (1) ta được $\sqrt{x^2+x+1}-\sqrt{x^2-x+1}=\sqrt{7}-\sqrt{3}$

Xét hàm số: $f(x)=\sqrt{x^2+x+1}-\sqrt{x^2-x+1}$

Chứng minh hàm số đồng biến

Ta có nghiệm duy nhất x = 2



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Vậy nghiệm của hệ là (2;3)

Bài 11: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \sqrt{x+3}+\sqrt{xy+x+3y+3}+x+1=2y+\sqrt{y+1}(1) \\ (x-3)(y+1)=(y-1)(x^2-2x+3)(\sqrt{x+1}-2)(2) \end{cases}$

Bài giải:

Pt(1) $\Leftrightarrow \sqrt{x+3}+\sqrt{(x+3)(y+1)}+x-2y+1=\sqrt{y+1}$

Đặt $\begin{cases} a=\sqrt{x+3} \\ b=\sqrt{y+1} \end{cases}(a,b\ge 0)$, (1) trở thành: $a^2-2b^2+ab+a-b=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=b \\ a+2b+1=0 \end{array}\right.$

+ $a+2b+1=0$ vô nghiệm do $a,b\ge 0$

+ Xét a = b $\Rightarrow y=x+2$ thay vào (2) ta được:

$$(x-3)(x+3)=(x+1)(x^2-2x+3)(\sqrt{x+1}-2)$$

$$\Leftrightarrow (x-3)(x+3)=(x+1)(x^2-2x+3).\frac{x-3}{\sqrt{x+1}+2}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3\Rightarrow y=5(tm) \\ (x+3)(\sqrt{x+1}+2)=(x+1)(x^2-2x+3)(*) \end{array}\right.$$

(*) $\Leftrightarrow \left[(\sqrt{x+1})^2+2\right](\sqrt{x+1}+2)=\left[(x-1)+2\right]\left[(x-1)^2+2\right]$

Xét hàm số $f(t)=(t+2)(t^2+2)$ **,** $t\ge 0$ **có** $f'(t)>0\forall t\in\mathbb{R}$

Suy ra $f(t)$ đồng biến mà $f(\sqrt{x+1})=f(x-1)\Leftrightarrow \sqrt{x+1}=x-1$



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 1 \\ x^2 - 3x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow y = 5$

Vậy hpt có nghiệm: $(3;5)$

Bài 12: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 8\sqrt{2x-1}\left(2x-\sqrt{2x-1}\right) = y\left(y^2-2y+4\right) (1) \\ 4xy + 2\sqrt{(y+2)(y+2x)} = 5y + 12x - 6 (2) \end{cases}$

Bài giải:

ĐK: $\begin{cases} x \ge \dfrac{1}{2} \\ (y+2)(y+2x) \ge 0 \end{cases}$. Từ pt (1) $\Rightarrow$ để pt có nghiệm thì $y \ge 0$

PT $(1) \Leftrightarrow \left(2\sqrt{2x-1}\right)^3 - 2\left(2\sqrt{2x-1}\right)^2 + 4\left(2\sqrt{2x-1}\right) = y^3 - 2y^2 + 4y$ (*)

Xét hàm số $f(t) = t^3 - 2t^2 + 4t \quad (t \ge 0)$ có $f'(t) = 3t^2 - 4t + 4 = 2t^2 + (t-2)^2 > 0 \ \forall t \ge 0$ nên *f(t)* luôn đồng biến

Từ pt (*) $\Rightarrow f\left(2\sqrt{2x-1}\right) = f(y) \Leftrightarrow 2\sqrt{2x-1} = y$

Thay vào pt (2) ta được pt $y^3 + 2(y+2)\sqrt{y+2} = 3y(y+2)$

Đặt $z = \sqrt{y+2}$ ta được pt $y^3 + 2z^3 = 3yz^2 \Leftrightarrow (y-z)\left(y^2 + yz - 2z^2\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} y = -2z & (loại) \\ y = z & (t/m) \end{array}\right.$

Với y = z ta được $y = \sqrt{y+2} \Rightarrow y = 2 \Rightarrow x = 1 \ (t/m)$

THẦY QUANG BABY

Tất cả vì học sinh thân yêu



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Bài 13: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x\left(x^2-y^2\right)+x^2=2\sqrt{\left(x-y^2\right)^3} \\ \sqrt{x+\dfrac{y^2+1}{x}}=\dfrac{\sqrt[3]{x^3+2\left(x-y^2\right)+x^2+y^2+2}}{2x+1} \end{cases} \left(x,y\in\mathbb{R}\right)$

Bài giải:

ĐK: $x\ge y^2\ge 0$

Từ PT(1) tìm được $x=\sqrt{x-y^2}\Rightarrow x^2=x-y^2$

Thế vào (2) đưa về pt chỉ có ẩn x

Đưa được về hàm $\left(\sqrt{1+\dfrac{1}{x}}\right)^3+\sqrt{1+\dfrac{1}{x}}=1+\dfrac{2}{x}+\sqrt[3]{1+\dfrac{2}{x}}$

Xét hàm $f(t)=t^3+t$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ từ đó được pt $\sqrt{1+\dfrac{1}{x}}=\sqrt[3]{1+\dfrac{2}{x}}$ giải được

$x=-\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}\ (L),\ x=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}\ (N)$

Nghiệm $\left(\dfrac{\sqrt{5}-1}{2};\pm\sqrt{\sqrt{5}-2}\right)$

Bài 14: Giải hệ phương trình $\begin{cases} \left(\sqrt{x^2+1}-3x^2y+2\right)\left(\sqrt{4y^2+1}+1\right)=8x^2y^3 & (1) \\ x^2y-x+2=0 & (2) \end{cases}$

Bài giải:



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

+) Với $y \le 0$ thì $VT(1) > 0, VP(1) \le 0$ $\Rightarrow$ Hệ phương trình chỉ có nghiệm (x;y) với $y > 0$ +) vì $y > 0$ nên từ phương trình (2) của hệ suy ra $x > 2$
Khi đó: $(1) \Leftrightarrow \sqrt{x^2+1} - 3x^2y + 2 = 2x^2y\left(\sqrt{4y^2+1} - 1\right)$ $\Leftrightarrow \sqrt{x^2+1} + 2 = 2x^2y\sqrt{4y^2+1} + x^2y \qquad (3)$ Thay $2 = x - x^2y$ vào phương trình (3) ta được: $\sqrt{x^2+1} + x = 2x^2y\sqrt{4y^2+1} + 2x^2y$ $\Leftrightarrow \frac{1}{x}\sqrt{1+\frac{1}{x^2}} + \frac{1}{x} = 2y\sqrt{4y^2+1} + 2y$
+) xét hàm số: $f(t) = t\sqrt{1+t^2} + t$ với $t > 0$ $f'(t) = \sqrt{1+t^2} + \frac{t^2}{\sqrt{1+t^2}} + 1 > 0$ với mọi $t > 0$ $\Rightarrow$ f(t) là hàm đồng biến trên $(0;+\infty)$. Mà $f\left(\frac{1}{2}\right) = f(2y) \Leftrightarrow \frac{1}{x} = 2y \Leftrightarrow xy = \frac{1}{2}$
+) Thay $xy = \frac{1}{2}$ vào phương trình (2) của hệ ta có: $x = 4 \Rightarrow y = \frac{1}{8}$ Thử lại thấy $\begin{cases} x = 4 \\ y = \frac{1}{8} \end{cases}$ thỏa mãn hệ phương trình đã cho. Kết luận: Hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y) = \left(4;\frac{1}{8}\right)$

THẦY QUANG BABY

Tất cả vì học sinh thân yêu



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Bài 15:

Giải hệ phương trình $\begin{cases} y^3+3y^2+y+4x^2-22x+21=(2x+1)\sqrt{2x-1} & (1) \\ 2x^2-11x+9=2y & (2) \end{cases}$ $(x,y\in\mathbb{R})$

Bài giải:

Điều kiện: $x\ge 1/2 (*)$

Lấy phương trình (1) trừ phương trình (2) nhân với 2 ta được:

$$y^3+3y^2+y+3=(2x+1)\sqrt{2x-1}-4y \Leftrightarrow y^3+3y^2+5y+3=(2x+1)\sqrt{2x-1}$$

$$\Leftrightarrow y^3+3y^2+3y+1+2y+2=(2x-1+2)\sqrt{2x-1}$$

$$\Leftrightarrow (y+1)^3+2(y+1)=\left(\sqrt{2x-1}\right)^3+2\sqrt{2x-1} \quad (3)$$

Xét hàm số: $\mathrm{f}(t)=t^3+2t$ với $t\in\mathbb{R}$

Ta có: $\mathrm{f}(t)=3t^2+2>0$ với $\forall t\in\mathbb{R}\Rightarrow \mathrm{f}(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

Do đó: $(3)\Rightarrow \mathrm{f}(y+1)=\mathrm{f}\left(\sqrt{2x-1}\right)\Leftrightarrow y+1=\sqrt{2x-1}\Leftrightarrow y=\sqrt{2x-1}-1$

Thay vào (2) ta được: $2x^2-11x+9=2\sqrt{2x-1}-2 \Leftrightarrow 2\sqrt{2x-1}=2x^2-11x+11$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2-11x+11\ge 0 & (**) \\ 4(2x-1)=\left(2x^2-11x+11\right)^2 & (4) \end{cases}$$

$$(4)\Leftrightarrow 8x-4=4x^4+121x^2+121-44x^3+44x^2-242x$$

$$\Leftrightarrow 4x^4-44x^3+165x^2-250x+125=0 \Leftrightarrow (x-1)\left(4x^3-40x^2+125x-125\right)=0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-5)\left(4x^2-20x+25\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=1 & (tm(*),(**)) \\ x=5 & (tm(*),(**)) \\ x=5/2 & (ktm(*),(**)) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\Rightarrow y=0 \\ x=5\Rightarrow y=2 \end{array}\right.$$



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Vậy tập nghiệm của hệ phương trình đã cho là $(x;y)\in\{(1;0),(5;2)\}$

Bài 16: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^4+x^2y^2-y^2=y^3+x^2y+x^2 \\ 2y^3-\sqrt{5-2x^2}-1 \end{cases}$ $(x,y\in\mathbb{R})$

Bài giải:

Điều kiện: $|x|\le\sqrt{\dfrac{5}{2}}$

Phương trình (1) $\Leftrightarrow (x^2-1-y)(x^2+y^2)=0 \Leftrightarrow x=y=0$ hoặc $x^2=y+1$

Trường hợp $x=y=0$ thế vào (2) không thoả mãn.

Trường hợp $x^2=y+1$ thế vào (2): $2y^3-\sqrt{3-2y}-1=0$ (3)

Xét hàm $f(t)=2t^3-\sqrt{3-2t}-1; t\in\left(-\infty;\dfrac{3}{2}\right]; ma` f(1)=0$

Suy ra phương trình (3) có nghiệm duy nhất: $y=1$. Với $y=1\Rightarrow x^2=2\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{2}$ (thoả điều kiện)

Vậy nghiệm của hệ phương trình là: $(\sqrt{2};1);(-\sqrt{2};1)$

Bài 17: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x^2+x+\sqrt{x+2}=2y^2+y+\sqrt{2y+1} \\ x^2+2y^2-2x+y-2=0 \end{cases}$ $(x,y\in\mathbb{R})$.

Bài giải:



THẦY QUANG BABY

Tất cả vì học sinh thân yêu

TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Điều kiện: $x \ge -2, y \ge -\frac{1}{2}$

Phương trình thứ hai của hệ tương đương với $x^2 = -2y + 2x - y + 2$

Thế vào phương trình thứ nhất, ta được

$$x^2 + (-2y^2 + 2x - y + 2) + x + \sqrt{x+2} = 2y^2 + y + \sqrt{2y+1}$$
$$\Leftrightarrow x^2 + 3x + 2 + \sqrt{x+2} = 4y^2 + 2y + \sqrt{2y+1}$$
$$\Leftrightarrow (x+1)^2 + (x+1) + \sqrt{(x+1)+1} = (2y)^2 + 2y + \sqrt{2y+1} \quad (1)$$

Xét hàm số $f(t) = t^2 + t + \sqrt{t+1}$ với $t \ge -1$.

Ta có $f'(t) = 2t + 1 + \frac{1}{2\sqrt{t+1}}; f''(t) = 2 - \frac{1}{4\sqrt{(t+1)^3}}; f''(t) = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{3}{4}$

Suy ra $f'(t) \ge f'\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{1}{2} > 0$ với mọi $t \in \left(-1; +\infty\right)$. Do đó hàm f(t) đồng biến trên $[-1; +\infty)$.

Suy ra phương trình (1) $\Leftrightarrow f(x+1) = \text{f}(2\text{ y}) \Leftrightarrow x + 1 = 2y \Leftrightarrow x = 2y - 1$.

Thế vào pt thứ hai của hệ, ta

được $\left(2y-1\right)^2 + 2y^2 - 2(2y-1) + y - 2 = 0 \Leftrightarrow 6y^2 - 7y + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = 1 \\ y = \frac{1}{6} \end{array}\right.$

Suy ra nghiệm (x;y) của hệ là (1;1), $\left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{6}\right)$.

Facebook cá nhân : https://www.facebook.com/quang.manngoc



THẦY QUANG BABY

Tất cả vì học sinh thân yêu

TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Bài 18: Giải hệ phương trình : $\begin{cases} \left(x+\sqrt{x^2+4}\right)\left(y+\sqrt{y^2+1}\right)=2 \\ 12y^2-10y+2=2\sqrt[3]{x^3+1} \end{cases}$

Bài giải:

Phương trình đầu tiên của hệ tương đương với:

$$x+\sqrt{x^2+4}=\sqrt{(-2y)^2+4}+(-2y)$$

$\Leftrightarrow f(x)=f(-2y)$ với $y=f(t)=\sqrt{t^2+4+t}$

Ta có $f'(t)=1+\dfrac{t}{\sqrt{t^2+4}}=\dfrac{\sqrt{t^2+4}+t}{\sqrt{t^2+4}}>\dfrac{|t|+t}{\sqrt{t^2+4}}\geq 0,\forall t\Rightarrow f(t)$ là hàm số đồng biết trên R.

Từ đó $f(x)=f(-2y)\Leftrightarrow x=-2y$



THẦY QUANG BABY

Tất cả vì học sinh thân yêu

TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Thế $x=-2y$ vào phương trình sau của hệ phương trình đã cho ta được:

$$3x^2+5x+2=2\sqrt[3]{x^3+1}$$
$$\Leftrightarrow (x+1)^3+2(x+1)=(x^3+1)+2\sqrt[3]{x^3+1} \text{ với } y=g(t)=t^3+2t$$
$$g(x+1)=g\left(\sqrt[3]{x^3+1}\right)$$

Ta có $g'(t)=3t^2+2>0,\forall t\Rightarrow g(t)$ là hàm số đồng biến trên R. Từ đó:

$$g(x+1)=g\left(\sqrt[3]{x^3+1}\right)$$
$$\Leftrightarrow x+1=\sqrt[3]{x^3+1}$$
$$\Leftrightarrow 3x^2+3x=0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1\Rightarrow y=2 \\ x=0\Rightarrow y=0 \end{array}\right.$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình đã cho là:(-1;2),(0;0)

Bài 19: Giải hệ phương trình $\begin{cases}(2x+2)\sqrt{2x-1}=y^3+3y & (1)\\ y^2-xy+5=5x-6y & (2)\end{cases}$

Bài giải:

- Đk $x\ge\frac{1}{2}$, $(1)\Leftrightarrow(2x-1)\sqrt{2x-1}=y^3+3y\Leftrightarrow\left(\sqrt{2x-1}\right)^3+3\sqrt{2x-1}=y^3+3y$; x

  ét hàm số $f(t)=t^3+3t$ trên $\mathbb{R}$, có $f'(t)=3t^2+3>0\forall t\Rightarrow f(t)$ đồng

  biến trên $\mathbb{R}$,pt(1) trở thành $f(y)=f\left(\sqrt{2x-1}\right)\Leftrightarrow y=\sqrt{2x-1}$;

- Pt(2) $\Leftrightarrow(y+5)(y-x+1)=0\Leftrightarrow y=-5; y=x-1;$

THẦY QUANG BABY

Tất cả vì học sinh thân yêu



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

- Với $y=-5 \Rightarrow \sqrt{2x-1}=-5,$ vô nghiệm

Với $y=x-1 \Rightarrow \sqrt{2x-1}=x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 1 \\ 2x-1=(x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow x=2+\sqrt{2}$

Với $x=2+\sqrt{2} \Rightarrow y=1+\sqrt{2}.$ nghiệm của hệ là $(x;y)=\left(2+\sqrt{2};1+\sqrt{2}\right)$

Bài 20: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \sqrt{2x+y+5}-\sqrt{3-x-y}=x^3-3x^2-10y+6 \\ x^3-6x^2+13x=y^3+y+10 \end{cases}$

Bài giải:

Phương trình thứ 2 của hệ được biến đổi thành:

$(x-2)^3+(x-2)=y^3+y(*)$

Xét hàm số $f(t)=t^3+t$ là hàm số đồng biến trên R. Ta suy ra (*)$\Leftrightarrow y=x-2$

Thế vào phương trình đầu của hệ: $\sqrt{3x+3}-\sqrt{5-2x}=x^3-3x^3-10x+26$

$\Leftrightarrow\left(\sqrt{3x+3}-3\right)+\left(1-\sqrt{5-2x}\right)=x^3-3x^2-10x+24$

$\Leftrightarrow \dfrac{3(x-2)}{\sqrt{3x+3}+3}+\dfrac{2(x-2)}{1+\sqrt{5-2x}}=(x-2)\left(x^2-x-12\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ \dfrac{3}{\sqrt{3x+3}+3}+\dfrac{2}{1+\sqrt{5-2x}}=x^2-x-12(1) \end{array}\right.$

Phương trình (1) vô nghiệm vì với $-1 \le x \le \dfrac{5}{2}$ thì $x^2-x-12<0.$

Từ đó suy ra hệ có nghiệm duy nhất $x=2$ $x=2;y=0$

THẦY QUANG BABY

Tất cả vì học sinh thân yêu



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Bài 21: Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3+xy^2-2x^2y-2y^3+x-2y=0(1) \\ \sqrt[3]{6y+5}=x^3+3x^2+2y-3(2) \end{cases}$

Bài giải:

$(1) \Leftrightarrow (x^3-2x^2y)+(xy^2-2y^3)+(x-2y)=0 \Leftrightarrow x^2(x-2y)+y^2(x-2y)+(x-2y)=0$

$\Leftrightarrow (x^2+y^2+1)(x-2y)=0 \Leftrightarrow 2y=x$ (Vì $x^2+y^2+1>0, \forall x,y \in R$).

Thay vào (2), ta có: $\sqrt[3]{3x+5}=x^3+3x^2+2y-3 \Leftrightarrow 3x+5+\sqrt[3]{3x+5}=(x+1)^3+(x+1)$ (*)

Xét hàm số $f(t)=t^3+t, \in R \Rightarrow f'(t)=3t^2+1>0, \forall t \in R$. Suy ra hàm số f(t) đồng biến trên R.

(*) $\Leftrightarrow f\left(\sqrt[3]{3x+5}\right)=f(x+1) \Leftrightarrow \sqrt[3]{3x+5}=x+1 \Leftrightarrow x^3+3x^2-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \Rightarrow y=\dfrac{1}{2} \\ x=-2 \Rightarrow y=-1 \end{array}\right.$.

Vậy hệ phương trình có hai nghiệm: $\left(1;\dfrac{1}{2}\right)$; (-2;-1).

Bài 22: Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3y\sqrt{2+x}+8\sqrt{2+x}=10y-3xy+12(1) \\ 5y^3\sqrt{2-x}-8=6y^2+xy^3\sqrt{2-x}(2) \end{cases}$

Bài giải:



THẦY QUANG BABY
Tất cả vì học sinh thân yêu

TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

$$\begin{cases} 3y\sqrt{2+x}+8\sqrt{2+x}=10y-3xy+12(1) \\ 5y^3\sqrt{2-x}-8=6y^2+xy^3\sqrt{2-x}(2) \end{cases}$$

Điều kiện: x ∈[-2;2]

Nhận xét y = 0 không thỏa mãn phương trình (2)

(2) $\Leftrightarrow \left(\sqrt{2-x}\right)^3+3\sqrt{2-x}=\left(\frac{2}{y}\right)^3+3\left(\frac{2}{y}\right)$ (*)

Xét hàm số $f(t)=t^3+3t$ trên R $\Rightarrow$ hàm số đồng biến trên R

(*) $\Leftrightarrow f\left(\sqrt{2-x}\right)=f\left(\frac{2}{y}\right)\Leftrightarrow \sqrt{2-x}=\frac{2}{y}$ thế vào (1)

(1) $\Leftrightarrow 3y\sqrt{2+x}+8\sqrt{2}+x=10y-3xy+12 \Leftrightarrow 3\sqrt{2+x}+4\sqrt{2+x}\sqrt{2-x}=10y-3x+6\sqrt{2-x}$

$\Leftrightarrow 3\sqrt{2+x}-6\sqrt{2-x}+4\sqrt{4-x^2}+3x-10=0$ (**)

Đặt $\sqrt{2+x}-2\sqrt{2-x}=t \Rightarrow t^2=10-3x-4\sqrt{4-x^2}$

Phương trình (**) trở thành $3t-t^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0 \\ t=3 \end{array}\right.$

- với t = 0: $x=\frac{6}{5}; y=\sqrt{5}$

- với t = 3: $\sqrt{2+x}-2\sqrt{2-x}=3$ phương trình vô nghiệm, vì vế trái ≤ 2.



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Bài 23: Giải hệ phương trình $\begin{cases} 4^{xy}+(xy-2)2^{xy}+xy-3=0 \\ \log_2^2(x-y)+\log_2 x.\log_2 y=0 \end{cases}$ $(x;y\in\mathbb{R})$

Bài giải:

Điều kiện: x > y > 0

Đặt t = xy > 0, phương trính thứ nhất của hệ trở thành

$4^t+(t-2)2^t+t-3=0 \Leftrightarrow (2^t+1)(2^t+t-3)=0 \Leftrightarrow 2^t+t-3=0$, vì $2^t+1>0$

Vì hàm $f(t)=2^t+t-3$ đồng biến trên R, mà f(1) = 0 nên $2^t+t-3=0 \Leftrightarrow t=1$. Khi đó ta có xy = 1, hay $y=\frac{1}{x}$.

Thế vào pt thứ hai của hệ ta được:

$$\log_2^2\left(x-\frac{1}{x}\right)+\log_2\frac{1}{x}=0 \Leftrightarrow \log_2^2\frac{x^2-1}{x}=\log_2^2 x$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2\frac{x^2-1}{x}=\log_x x \\ \log_2\frac{x^2-1}{x}=-\log_2 x \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{x^2-1}{x}=x \\ \frac{x^2-1}{x}=\frac{1}{x} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-1=x^2 \\ x^2-1=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow x=\sqrt{2}$$

Suy ra hệ của nghiệm là $x=\sqrt{2}$, $y=\frac{1}{\sqrt{2}}$

Bài 24:

Giải hệ phương trình Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 4x^2+4xy+y^2+2x+y-2=0 \\ 8\sqrt{1-2x}+y^2-9=0 \end{cases}$ $(x,y\in\mathbb{R})$



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Bài giải:

Xét hệ phương trình: $\begin{cases} 4x^2+4xy+y^2+2x+y-2=0 & (1) \\ 8\sqrt{1-2x}+y^2-9=0 & (2) \end{cases}$

Điều kiện: 1-2x $\geq 0 \Leftrightarrow$ x $\leq \frac{1}{2}$. Đặt $t=2x+y$, phương trình (1) trở thành:

$$t^2+t-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-2 \end{array}\right.$$

Nếu t = 1 thì $2x+y=1 \Leftrightarrow 1-2x=y\geq 0$. Thế vào phương trình (2) ta được phương trình $8\sqrt{y}+y^2-9=0$

Đặt $u=\sqrt{y}\geq 0$, phương trình trở thành:

$u^4+8u-9=0 \Leftrightarrow (u-1)(u^3+u^2+u+9)=0 \Leftrightarrow u=1$. Khi đó hệ có nghiệm $\begin{cases} x=0 \\ y=1 \end{cases}$

Nếu t = -2 thì $2x+y=-2 \Leftrightarrow 1-2x=y+3\geq 0$. Thế vào phương trình (2) ta được phương trình

$8\sqrt{y+3}+y^2-9=0 \Leftrightarrow 8\sqrt{y+3}+(y-3)(y+3)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=-3 \\ 8+(y-3)\sqrt{y+3}=0 \end{array}\right.$

Với $y=-3$ thì hệ có nghiệm $\begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=-3 \end{cases}$

Xét phương trình $8+(y-3)\sqrt{y+3}=0$ (3)

Đặt $v=\sqrt{y+3}\geq 0$, phương trình (3) trở thành: $v^3-6v+8=0$

Xét hàm số $f(v)=v^3-6v+8$, ta có:

$f'(v)=3v^2-6$ và $f'(v)=0 \Leftrightarrow v=\pm\sqrt{2}$

Hàm số $f(v)$ đạt cực đại tại $\left(-\sqrt{2};8+4\sqrt{2}\right)$, đạt cực tiểu tại $\left(\sqrt{2};8-4\sqrt{2}\right)$

Vì $f(0)=8>0$ và $8-4\sqrt{2}>0$ nên $f(v)=0$ không có nghiệm $v\geq 0$



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Vậy hệ phương trình có hai nghiệm là $\begin{cases} x=0 \\ y=1 \end{cases}; \begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=-3 \end{cases}$

Bài 25: Giải hệ phương trình $\begin{cases} y^4-(x-2)y^2-x-4=0 \\ x^3+3x^2+4x=2(4y^3+y-1) \end{cases} (x;y\in\mathbb{R})$

Bài giải:

Phương trình thứ hai của hệ tương đương với $(x+1)^3+x+1=(2y)^3+2y$ (1)

Xét hàm số $f(t)=t^3+t$ với $t\in\mathbb{R}$

Ta có $f'(t)=3t^2+t, f'(t)>0$ với mọi $t\in\mathbb{R}$. Do đó hàm f(t) đồng biến trên R. Khi đó phương trình

$(1)\Leftrightarrow f(x+1)=f(2y)\Leftrightarrow x+1=2y\Leftrightarrow x=2y-1$

Thay vào phương trình thứ nhất của hệ ta được

$y^4-2y^3+3y^2-2y-3=0$

$\Leftrightarrow (y^2-y)^2+2(y^2-y)-3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y^2-y=1 \\ y^2-y=-3 \end{array}\right.\Leftrightarrow y=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

Suy ra nghiệm (x; y) của hệ là $\left(-\sqrt{5};\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)$ và $\left(\sqrt{5};\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$



THẦY QUANG BABY

Tất cả vì học sinh thân yêu

TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Bài 26: Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3\left(4y^2+1\right)+x\sqrt{2y}=3 & (1) \\ 2y+\sqrt{4y^2+1}=x+\sqrt{x^2+1} & (2) \end{cases}$

Bài giải:

Điều kiện: $y \geq 0$

$PT(1) \Leftrightarrow x\left[x^2\left(4y^2+1\right)+\sqrt{2y}\right]=3 \Rightarrow x>0$

Khi đó, $PT(2) \Leftrightarrow 2y+\sqrt{4y^2+1}=x+\sqrt{x^2+1} \quad (3)$

Xét hàm $f(t)=t+\sqrt{t^2+1}$ trên $[0;+\infty)$

Có $f'(t)=1+\dfrac{t}{\sqrt{t^2+1}}>0 \forall t>0 \Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$

Khi đó, $PT(3) \Leftrightarrow f(2y)=f(x) \Leftrightarrow 2y=x$

Thay vào phương trình (1) ta được phương trình: $x^5+x^3+x\sqrt{x}=3$

Đặt $t=\sqrt{x}>0$ có hàm số $g(t)=t^{10}+t^6+t^3$ có $g'(t)=10t^9+6t^5+3t^2>0$ do $t>0$

Mà $g(1)=3 \Rightarrow t=1 \Rightarrow \sqrt{x}=1 \Leftrightarrow x=1$

Với $x=1 \Rightarrow y=\dfrac{1}{2}$. Hệ phương phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=\left(1;\dfrac{1}{2}\right)$

Bài 27: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3-y^3+5x^2-2y^2+10x-3y+6=0 (1) \\ \sqrt{x+2}+\sqrt{4-y}=x^3+y^2-4x-2y (2) \end{cases}$

Bài giải:



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Điều kiện $x \geq -2; y \leq 4$

$(1) \Leftrightarrow x^3 + 5x^2 + 10x + 6 = y^3 + 2y^2 + 3y$

$\Leftrightarrow (x+1)^3 + 2(x+1)^2 + 3(x+1) = y^3 + 2y^2 + 3y$

Xét hàm số $f(t) = t^3 + 2t^2 + 3t, \quad f'(t) = 3t^2 + 4t + 3 > 0 \quad \forall t \in R$

Suy ra $f(x+1) = f(y) \Rightarrow y = x + 1$ thay vào pt (2) ta được

Phương trình $\sqrt{x+2} + \sqrt{3-x} = x^3 + x^2 - 4x - 1$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x+2} + \sqrt{3-x}\right) - 3 = x^3 + x^2 - 4x - 4 \Leftrightarrow \frac{2\left(\sqrt{(x+2)(3-x)} - 2\right)}{\sqrt{x+2} + \sqrt{3-x} + 3} = (x+1)(x^2 - 4)$$

$$\Leftrightarrow \frac{2\left[(x+2)(3-x) - 4\right]}{\left(\sqrt{x+2} + \sqrt{3-x} + 3\right)\left(\sqrt{(x+2)(3-x)} + 2\right)} = (x+2)(x^2 - x - 2)$$

$$\Leftrightarrow \frac{2(-x^2 + x + 2)}{\left(\sqrt{x+2} + \sqrt{3-x} + 3\right)\left(\sqrt{(x+2)(3-x)} + 2\right)} - (x+2)(x^2 - x - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - x - 2)\left[x + 2 + \frac{2}{\left(\sqrt{x+2} + \sqrt{3-x} + 3\right)\left(\sqrt{(x+2)(3-x)} + 2\right)}\right] = 0$$

$> 0 \ (vi\ x \geq -2)$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -1 \end{array}\right.$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm: $(x; y) = (2;3), \quad (x; y) = (-1;0)$

Bài 28:



THẦY QUANG BABY

Tất cả vì học sinh thân yêu

TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Giải hệ phương trình Giải hệ PT $\begin{cases} xy(x+1)=x^3+y^2+x-y \\ 3y\left(2+\sqrt{9x^2+3}\right)+(4y+2)\left(\sqrt{1+x+x^2}+1\right)=0 \end{cases},(x,y\in\mathbb{R})$

Bài giải:

ĐKXĐ $\forall x\in\mathbb{R}$ Ta có $xy(x+1)=x^3+y^3+x-y\Leftrightarrow x^3-x^2y+y^2-xy+x-y=0$ $\Leftrightarrow(x-y)\left(x^2 0y+1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} y=x \\ y=x^2+1 \end{array}\right.$
Với $y=x^2+1$ thay vào PT thứ 2 ta được $3\left(x^2+1\right)\left(2+\sqrt{9x^2+3}\right)+\left(4x^2+6\right)\left(\sqrt{1+x+x^2}+1\right)=0$. Dễ thấy PT vô nghiệm. Với $y=x$ thay vào PT thứ 2 ta được $3x\left(2+\sqrt{9x^2+3}\right)+(4x+2)\left(\sqrt{1+x+x^2}+1\right)=0$
$\Leftrightarrow 3\text{x}\left(2+\sqrt{9x^2+3}\right)=-(2x+1)\left(\sqrt{3+(2x+1)^2}+2\right)$ $\Leftrightarrow 3x\left(2+\sqrt{9x^2+3}\right)=(-2x+1)\left(\sqrt{3+(-2x-1)^2}+2\right)$ Xét hàm số $f(t)=t\left(\sqrt{t^2+2}+2\right)$ ta có $f'(t)=\sqrt{t^2+2}+2+\frac{t^2}{\sqrt{t^2+2}}>0$ suy ra hàm số đồng biến
Từ đó suy ra $3x=-2x-1\Leftrightarrow x=-\frac{1}{5}$. Vậy HPT có nghiệm $(x;y)=\left(-\frac{1}{5};-\frac{1}{5}\right)$

Facebook cá nhân : https://www.facebook.com/quang.manngoc

THẦY QUANG BABY

Tất cả vì học sinh thân yêu



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Bài 29: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \sqrt{x+1}+\sqrt{(x+1)(y-2)}+x+5=2y+\sqrt{y-2} \\ \dfrac{(x-8)(y+1)}{x^2-4x+7}=(y-2)\left(\sqrt{x+1}-3\right) \end{cases}$

Bài giải:

Điều kiện $x\ge -1; y\ge 2$

Đặt $\sqrt{x+1}=a;\sqrt{y-2}=b\left(a,b\ge 2\right)$, từ (1) ta có:

$$a+ab+a^2-1+5=2\left(b^2+2\right)+b\Leftrightarrow a-b+ab-b^2+a^2-b^2=0$$

$$\Leftrightarrow (a-b)(1+2a+b)=0$$

$$\Leftrightarrow a=b \text{ (do } a,b\ge 0\Rightarrow 1+2a+b>0\text{)}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x+1}=\sqrt{y-2}\Leftrightarrow y=x+3$$

Thế vào (2) ta được:

$$\frac{(x-8)(x+4)}{x^2-4x+7}=(x+1)\left(\sqrt{x+1}-3\right)\Leftrightarrow \frac{(x-8)(x+4)}{x^2-4x+7}=\frac{(x+1)(x-8)}{\sqrt{x+1}+3}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=8 \\ \dfrac{x+4}{x^2-4x+7}=\dfrac{x+1}{\sqrt{x+1}+3}(*) \end{array}\right.$$

+ $x=8\Rightarrow y=11$;

+ $(*)\Leftrightarrow \left(\sqrt{x+1}+3\right)(x+4)=(x+1)\left(x^2-4x+7\right)$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x+1}+3\right)\left[\left(\sqrt{x+1}\right)^2+3\right]=\left[(x-2)+3\right].\left[(x-2)^2+3\right](**)$$

THẦY QUANG BABY
Tất cả vì học sinh thân yêu



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Xét hàm số $f(t)=(t+3)(t^2+3)$ với $t\in\mathbb{R}$ có $f'(t)=3(t+1)^2\ge 0\forall t\in\mathbb{R}$ nên f(t) đồng biến trên $\mathbb{R}$

Do đó $(**)\Leftrightarrow f\left(\sqrt{x+1}\right)=f(x-2)\Leftrightarrow \sqrt{x+1}=x-2\Leftrightarrow \begin{cases}x\ge 2\\ x+1=x^2-4x+4\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}x\ge 2\\ x^2-5x+3=0\end{cases}\Leftrightarrow x=\dfrac{5+\sqrt{13}}{2}(T/M)$

$x=\dfrac{5+\sqrt{13}}{2}\Rightarrow y=\dfrac{11+\sqrt{13}}{2}$

Vậy hệ đã cho có nghiệm (x;y) là $(8;11)$ và $\left(\dfrac{5+\sqrt{13}}{2};\dfrac{11+\sqrt{13}}{2}\right)$

Bài 30: Giải hệ phương trình $\begin{cases}8x^3+\sqrt{y-2}=y\sqrt{y-2}-2x\\ \left(\sqrt{y-2}-1\right)\sqrt{2x+1}=8x^3-13(y-2)+82x-29\end{cases}$

Bài giải:

Điều kiện: $\begin{cases}2x+1\ge 0\\ y-2\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}x\ge -\dfrac{1}{2}\\ y\ge 2\end{cases}$

Phương trình $8x^3+\sqrt{y-2}=y\sqrt{y-2}-2x\Leftrightarrow (2x)^3+(2x)=\left(\sqrt{y-2}\right)^3+\sqrt{y-2}$

Xét hàm đặc trưng: $f(t)=t^3+t, f'(t)=3t^2+1>0\forall t$

Hàm số f(t) liên tục và đồng biến trên R. Suy ra: $2x=\sqrt{y-2}$

Thế $2x=\sqrt{y-2}$ vào phương trình thứ hai ta được:



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

$(2x-1)\sqrt{2x+1}=8x^3-52x^2+82x-29$ $\Leftrightarrow(2x-1)\sqrt{2x+1}=(2x-1)(4x^2-24x+29)$ $\Leftrightarrow(2x-1)(\sqrt{2x+1}-4x^2+24x-29)=0\Leftrightarrow(2x-1)(\sqrt{2x+1}-4x^2+24x-29)=0$ $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x-1=0\Rightarrow x=\dfrac{1}{2}\Rightarrow y=3\\ \sqrt{2x+1}-4x^2+24x-29=0\end{array}\right.$
Giải phương trình: $\sqrt{2x+1}-4x^2+24x-29=0$ Đặt $t=\sqrt{2x+1},t\ge 0\Rightarrow 2x=t^2-1$ Ta được phương trình: $t-(t^2-1)^2+12(t^2-1)-29=0\Leftrightarrow t^4-14t^2-t+42=0$ $\Leftrightarrow(t-2)(t+3)(t^2-t-7)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=2\\ t=-3(loai)\\ t=\dfrac{1-\sqrt{29}}{2}(loai)\\ t=\dfrac{1+\sqrt{29}}{2}\end{array}\right.$
Với $t=2\Rightarrow x=\dfrac{3}{2}\Rightarrow y=11$ Với $t=\dfrac{1+\sqrt{29}}{2}\Rightarrow x=\dfrac{13+\sqrt{29}}{4}\Rightarrow y=\dfrac{103+13\sqrt{29}}{2}$ Vậy hệ phương trình đã cho có3cặp nghiệm: $\left(\dfrac{1}{2};3\right);\left(\dfrac{3}{2};11\right);\left(\dfrac{13+\sqrt{29}}{4};\dfrac{103+13\sqrt{29}}{2}\right)$

Bài 31: Giải hệ phương trình $\begin{cases}2x^3-4x^2+3x-1=2x^3(2-y)\sqrt{3-2y} & (1)\\ \sqrt{x+2}=\sqrt[3]{14-x\sqrt{3-2y}}+1 & (2)\end{cases}$



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Bài giải:

Ta thấy x = 0 không phải là nghiệm của hệ, chia cả hai vế của (1) cho x^3 ta được

$$(1)\Leftrightarrow 2-\frac{4}{x}+\frac{3}{x^2}-\frac{1}{x^3}=2(2-y)\sqrt{3-2y}$$

$$\Leftrightarrow\left(1-\frac{1}{x}\right)^3+\left(1-\frac{1}{x}\right)=(3-2y)\sqrt{3-2y}+\sqrt{3-2y}\quad(*)$$

Xét hàm $f(t)=t^3+t$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$

$$(*)\Leftrightarrow 1-\frac{1}{x}=\sqrt{3-2y}\qquad(3)$$

Thế (3) vào (2) ta được $\sqrt{x+2}=\sqrt[3]{15-x}+1\Leftrightarrow\sqrt{x+2}-3+2-\sqrt[3]{15-x}=0$

$$\Leftrightarrow(x-7)\left(\underbrace{\frac{1}{\sqrt{x+2}+3}+\frac{1}{4-2\sqrt[3]{x+15}+\left(\sqrt[3]{x+15}\right)^2}}_{>0}\right)=0$$

Vậy hệ đã cho có nghiệm $(x;y)=\left(7;\frac{111}{98}\right)$

Bài 32: Giải hệ phương trình: $\begin{cases}2\sqrt{y+2}+\sqrt[3]{y-2}=\sqrt{x^3+4}+x\\ \sqrt{(y+4)(2x+12)}-8=x^2+y-\sqrt{(x^2+2)(x^2-y)}\end{cases}$

Bài giải:

+ Đk: $\begin{cases}y\ge -2\\ x^2\ge y\end{cases}$

+ Từ pt thứ 2 ta có:

$$\sqrt{(y+4)(2y+12)}-8=x^2+y-\sqrt{(x^2+2)(x^2-y)}$$



THẦY QUANG BABY

Tất cả vì học sinh thân yêu

TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

$\Leftrightarrow x^2+8+y-\sqrt{(y+4)(2y+12)}-\sqrt{(x^2+2)(x^2-y)}=0$ $\Rightarrow 2(x^2+8+y)-2\sqrt{(y+4)(2y+12)}-2\sqrt{(x^2+2)(x^2-y)}=0$ $\Leftrightarrow \left(\sqrt{2y+8}-\sqrt{y+6}\right)^2+\left(\sqrt{x^2+2}-\sqrt{x^2-y}\right)^2=0$ $\Rightarrow \begin{cases}\sqrt{2y+8}=\sqrt{y+6}\\ \sqrt{x^2+2}=\sqrt{x^2-y}\end{cases}\Leftrightarrow y=-2$ $\Rightarrow \sqrt{y+2}=0$
+ Thay vào pt 1 ta được: $2\sqrt{y+2}+\sqrt[3]{y-2}=\sqrt{x^3+4}+x$ $\Rightarrow \sqrt{y+2}+\sqrt[3]{y-2}=\sqrt{x^3+4}+x \Leftrightarrow \sqrt{\left(\sqrt[3]{y-2}\right)^3+4}+\sqrt[3]{y-2}=\sqrt{x^3+4}+x$
+ Xét hàm số: $f_{(t)}=t+\sqrt{t^3+4}\ t\in R$. Ta có: $f_{(t)}'=1+\dfrac{3t^2}{2\sqrt{t^3+4}}>0,(\forall t\in R)\Rightarrow f_{\left(\sqrt[3]{y-2}\right)}=f(x)\Rightarrow \sqrt[3]{y-2}=x$ + Vậy ta sẽ có: $\begin{cases}\sqrt{y+2}=0\\ \sqrt[3]{y-2}=x\end{cases}\Rightarrow \begin{cases}x=-\sqrt[3]{4}\\ y=-2\end{cases}(TM)$ Kl: Nghiệm duy nhất của hệ là: $(x:y)=\left(-\sqrt[3]{4};-2\right)$

Bài 33:



THẦY QUANG BABY

Tất cả vì học sinh thân yêu

TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Giải hệ phương trình Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+\dfrac{x}{x+1}=(y+2)\sqrt{(x+1)(y+1)} \\ 3x^2-8x-3=4(x+1)\sqrt{y+1} \end{cases} (x,y\in\mathbb{R})$

Bài giải:

Điều kiện $\begin{cases} x>-1 \\ y\ge -1 \end{cases}$

$(1)\Leftrightarrow \dfrac{x^3+x^2+x}{x+1}=(y+2)\sqrt{(x+1)(y+1)} \Leftrightarrow \dfrac{x^3+x(x+1)}{(x+1)\sqrt{x+1}}=(y+2)\sqrt{y+1}$

$\Leftrightarrow \left(\dfrac{x}{\sqrt{x+1}}\right)^3+\dfrac{x}{\sqrt{x+1}}=\left(\sqrt{y+1}\right)^3+\sqrt{y+1}$

Xét hàm số $f(t)=t^3+t$ trên $\mathbb{R}$ có $f'(t)=3t^2+1>0\forall t\in\mathbb{R}$ suy f(t) đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Nên $f\left(\dfrac{x}{\sqrt{x+1}}\right)=f\left(\sqrt{y+1}\right)\Leftrightarrow \dfrac{x}{\sqrt{x+1}}=\sqrt{y+1}$. Thay vào (2) ta được

$3x^2-8x-3=4x\sqrt{x+1}$

$\Leftrightarrow (2x-1)^2=\left(x+2\sqrt{x+1}\right)^2$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2\sqrt{x+1}=x-1 \\ 2\sqrt{x+1}=1-3x \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x\ge 1 \\ x^2-6x-3=0 \end{cases} \\ \begin{cases} x\le \dfrac{1}{3} \\ 9x^2-10x-3=0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3+2\sqrt{3} \\ x=\dfrac{5-2\sqrt{13}}{9} \end{array}\right.$

Ta có: $y=\dfrac{x^2}{x+1}-1$

Với $x=3+2\sqrt{3}\Rightarrow y=\dfrac{4+3\sqrt{3}}{2}$. Với $x=\dfrac{5-2\sqrt{13}}{9}\Rightarrow y=-\dfrac{41+7\sqrt{13}}{72}$

Các nghiệm này đều thỏa mãn điều kiện.

Facebook cá nhân : https://www.facebook.com/quang.manngoc

THẦY QUANG BABY

Tất cả vì học sinh thân yêu



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

KL: Hệ phương trình có hai nghiệm $(x;y)=\left(3+2\sqrt{3};\dfrac{4+3\sqrt{3}}{2}\right)$ & $(x;y)=\left(\dfrac{5-2\sqrt{13}}{9};-\dfrac{41+7\sqrt{13}}{72}\right)$

Bài 34: Giải hệ phương trình $\begin{cases} x-y-1=\ln\dfrac{y^2+4y+5}{x^2+2x+2} \\ 6\sqrt[3]{y}+2(y+1)\sqrt{x+2}=2x^2-y+7 \end{cases}$

Bài giải:

Xét hệ $\begin{cases} x-y-1=\ln\dfrac{y^2+4y+5}{x^2+2x+2}(1) \\ 6\sqrt[3]{y}+2(y+1)\sqrt{x+2}=2x^2-y+7(2) \end{cases}$ (Đ/K: $x\geq -2$)
Ta có: $(1)\Leftrightarrow x+1+\ln(x^2+2x+2)=y+2+\ln(y^2+4y+5)$ $\Leftrightarrow x+1+\ln\left((x+1)^2+1\right)=y+2+\ln\left((y+2)^2+1\right)$ (*)
Xét hàm $f(t)=t+\ln(t^2+1), t\in R$. Ta có $f'(t)=1+\dfrac{2t}{1+t^2}=\dfrac{(1+t)^2}{1+t^2}\geq 0 \forall t\in R$, dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $t=-1$ Nên f(t) đồng biến trên R theo (*) suy ra $f(x+1)=f(y+2)\Leftrightarrow x+1=y+2$ $\Leftrightarrow x=y+1$
Thay vào (2) ta được $6\sqrt[3]{x-1}+2x\sqrt{x+2}=2x^2-x+8$ (3)

THẦY QUANG BABY
Tất cả vì học sinh thân yêu



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Xét $x\le 1\Rightarrow 6\sqrt[3]{x-1}+2x\sqrt{x+2}\le 2\sqrt{3}<7<2x^2-x+8$ nên (3) không có nghiệm trên $(-\infty;1]$
Xét $x>1$, khi đó $6\sqrt[3]{x-1}+2x\sqrt{x+2}\le 2\left((x-1)+1+1\right)+x\dfrac{4+(x+2)}{2}=\dfrac{x^2+10x+4}{2}$ Mà $\dfrac{x^2+10x+4}{2}\le 2x^2-x+8\Leftrightarrow \dfrac{3}{2}(x-2)^2\ge 0$. Do đó (3) xảy ra khi và chỉ khi x = 2. Do đó hệ có nghiệm $(x;y)=(2;1)$(thỏa mãn điều kiện)

Bài 35: Giải hệ phương trình sau trên tập số thực:

$$\begin{cases} x+3\sqrt{x-1}+\sqrt{x(x^2-3x+3)}-\sqrt{x^2-6x+6}=2\sqrt[3]{y+2}+\sqrt{y+3}+2(1) \\ 3\sqrt{x-1}-\sqrt{x^2-6x+6}=\sqrt[3]{y+2}+1(2) \end{cases}$$

Bài giải:

Thế $-\sqrt{x^2-6x+6}=\sqrt[3]{y+2}+1-3\sqrt{x-1}$ vào PT(1) ta được :

$(x-1)+\sqrt{(x-1)^3+1}=\sqrt[3]{y+2}+\sqrt{y+2+1}$

Xét hàm số $f(t)=t+\sqrt{t^3+1}\Rightarrow f'(t)=1+\dfrac{3t^2}{2\sqrt{t^3+1}}>0$ suy ra hàm số đồng biến

Mà $f(x-1)=f(\sqrt[3]{y+2})\Rightarrow x-1=\sqrt[3]{y+2}$ .Thế vào PT(2) ta được :

$3\sqrt{x-1}-\sqrt{x^2-6x+6}=x$



$\Leftrightarrow 3\sqrt{x-1} = x + \sqrt{x^2-6x+6}$

$\Leftrightarrow 9(x-1) = 2x^2 - 6x + 6 + 2x\sqrt{x^2-6x+6}$

$\Leftrightarrow (15x-15-2x^2)^2 = 4x^2(x^2-6x+6)$

$\Leftrightarrow (x-5)(x-1)(4x-5) = 0$

Đối chiếu điều kiện $\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{5}{4} \Rightarrow y = \dfrac{-127}{64} \\ x = 5 \Rightarrow y = 62 \end{array}\right.$

Vậy hệ phương trình có hai nghiệm phân biệt $\left(\dfrac{5}{4}; -\dfrac{127}{64}\right)$ và (5;62)

Bài 36: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} (y+1)^2 + y\sqrt{y^2+1} = x + \dfrac{3}{2} \\ x + \sqrt{x^2-2x+5} = 1 + 2\sqrt{2x-4y+2} \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$

Bài giải:

ĐK: $x - 2y + 1 \ge 0$

$(1) \Leftrightarrow 2y^2 + 4y + 2 + 2y\sqrt{y^2+1} = 2x + 3 \Leftrightarrow y^2 + 2y\sqrt{y^2+1} + y^2 + 1 = 2x - 4y + 2$

$\Leftrightarrow \left(y + \sqrt{y^2+1}\right)^2 = 2x - 4y + 2$

(2) ta có: $\sqrt{2x-4y+2} = \dfrac{(x-1) + \sqrt{x^2-2x+5}}{2}$

$\Rightarrow \sqrt{\left(y+\sqrt{y^2+1}\right)^2} = \dfrac{(x-1)+\sqrt{x^2-2x+5}}{2} \Rightarrow \sqrt{\left(y+\sqrt{y^2+1}\right)^2} = \dfrac{x-1}{2} + \sqrt{\left(\dfrac{x-1}{2}\right)^2 + 1}$

Ta có: $\sqrt{y^2+1} + y = \dfrac{1}{\sqrt{y^2+1} - y}$



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

$$\sqrt{y^2+1}-y>0 \Rightarrow \sqrt{y^2+1}+y>0 \Rightarrow y+\sqrt{y^2+1}=\frac{x-1}{2}+\sqrt{\left(\frac{x-1}{2}\right)^2+1}$$

Xét hàm $f(t)=t+\sqrt{t^2+1}$

$$f'(t)=1+\frac{t}{\sqrt{t^2+1}}>0\forall t$$

$$f(y)=f\left(\frac{x-1}{2}\right) \Leftrightarrow 2y=x-1$$ thay vào (2) ta có:

$$x+\sqrt{(x-1)^2+4}=1+2\sqrt{2x-2x+2+2} \Leftrightarrow x+\sqrt{(x-1)^2+4}=5$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2+4}+(x-1)-4=0$$

Đặt $x-1=t$ ta có: $\sqrt{t^2+4}=4-t$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4-t\ge 0 \\ t^2+4=t^2-8t+16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t\le 4 \\ 8t=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t\le 4 \\ t=\frac{3}{2}(TM) \end{cases}$$

Với $t=\frac{3}{2} \Rightarrow x-1=\frac{3}{2} \Leftrightarrow x=\frac{5}{2} \Rightarrow y=\frac{3}{4}$

Vậy $(x;y)=\left(\frac{5}{2};\frac{3}{4}\right)$

Bài 37: Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x+1}+\sqrt{(x+1)(y-2)}+x+5=2y+\sqrt{y-2} \\ \frac{(x-8)(y+1)}{x^2-4x+7}=(y-2)\left(\sqrt{x+1}-3\right) \end{cases}$ $x,y\in\mathbb{R}$

Bài giải:

THẦY QUANG BABY

Tất cả vì học sinh thân yêu



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Đkxđ: $\begin{cases} y \ge 2 \\ x \ge -1 \end{cases}$

$(1) \Leftrightarrow \sqrt{x+1} + \sqrt{(x+1)(y-2)} = 2(y-2) - (x-1) + \sqrt{y-2}$

Đặt $\begin{cases} \sqrt{x+1} = a \\ \sqrt{y-2} = b \end{cases}$ a,b ≥ 0

$a + ab = 2b^2 - a^2 + b \Leftrightarrow (1+b) = (b-a)(b+a) + b(1+b)$

$\Leftrightarrow (a-b)(1+b+b+1) = 0 \;\; \Leftrightarrow (a-b)(a+2b+1) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = b \\ a + 2b + 1 = 0 \quad \langle do \text{ a,b} \ge 0 \Rightarrow \text{a+2b+1>0} \rangle \end{array} \right.$

Với a = b ta có: $x + 1 = y - 2 \;\; \Leftrightarrow y = x + 3$

Thay vào (2) ta có:

$\dfrac{(x-8)(x+1+3)}{x^2-4x+7} = (x+1)\left(\sqrt{x+1}-3\right) \Leftrightarrow (x-8)(x+4) = (x+1)\left(\sqrt{x+1}-3\right)\left[x^2-4x+7\right]$

$\Leftrightarrow (x-8)(x+4) = \dfrac{(x+1)(x-8)(x^2-4x+7)}{\sqrt{x+1}+3} \Leftrightarrow (x-8)\left[x+4-\dfrac{(x+1)\left[(x-2)^2+3\right]}{\sqrt{x+1}+3}\right] = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 8 \\ (x+4)\left(\sqrt{x+1}+3\right) = (x+1)\left[(x-2)^2+3\right] \end{array} \right.$

Đặt $\begin{cases} \sqrt{x+1} = a \\ x - 2 = b \end{cases}$ a ≥ 0



Ta có: $\left(a^2+3\right)\left(a+3\right)=\left(b+3\right)\left(b^2+3\right)$

Xét hàm $f\left(t\right)=\left(t^2+3\right)\left(t+3\right)\quad \forall t\ge 0$

$f'\left(t\right)=2t\left(t+3\right)+t^2+3=2t^2+6t+t^2+3=3t^2+6t+3$

$=3t^2+6t+3=3\left(t+1\right)^2>0\quad \forall t\ge 0$

$\Rightarrow$ f(t) đồng biến $\Rightarrow f\left(a\right)=f\left(b\right)$

$\Rightarrow \sqrt{x+1}=x-2 \Leftrightarrow x+1=x^2-4x+4 \Leftrightarrow x^2-5x+3=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{5+\sqrt{13}}{2}\left(TM\right) \\ x=\dfrac{5-\sqrt{15}}{2}\ \left(loai\right)\end{array}\right.$$

Vậy với $x=8\Rightarrow y=11$

Với $\quad x=\dfrac{5+\sqrt{13}}{2}\Rightarrow y=\dfrac{11+\sqrt{13}}{2}$

Kết luận: $\left(x;y\right)=\left(8;11\right);\left(\dfrac{5+\sqrt{13}}{2};\dfrac{11+\sqrt{13}}{2}\right)$

Bài 38: Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2y^3=y+2x\sqrt{1-x}=3\sqrt{1-x} \\ \sqrt{9-4y^2}=2x^2+6y^2-7\end{cases}\left(x,y\in R\right)$

Bài giải:

Điều kiện: $x\le 1; y\in\left[-\dfrac{3}{2};\dfrac{3}{2}\right]$. Ta có

THẦY QUANG BABY

Tất cả vì học sinh thân yêu



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

$(1) \Leftrightarrow 2y^3 + y = 2\sqrt{1-x} + 2x\sqrt{1-x} + \sqrt{1-x}$ $\Leftrightarrow 2y^3 + y = 2\sqrt{1-x}\sqrt{1-x} + \sqrt{1-x}$
Xét hàm số $f(t) = 2t^3 + t$, ta có $f'(t) = 6t^2 + 1 > 0\ \forall t \in R$ suy ra f(t) đồng biến trên R. Vậy $(1) \Leftrightarrow f(y) = f\left(\sqrt{1-x}\right) \Leftrightarrow y = \sqrt{1-x} \Leftrightarrow \begin{cases} y \ge 0 \\ y^2 = 1-x \end{cases}$
Thế vào (2) ta được: $\sqrt{4x+5} = 2x^2 - 6x - 1$
$PT \Leftrightarrow 2\sqrt{4x+5} = 4x^2 - 12x - 2 \Leftrightarrow \left(\sqrt{4x+5}+1\right)^2 = (2x-2)^2$
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{4x+5} = 2x-3\ (vn) \\ \sqrt{4x+5} = 1-2x \end{array}\right. \Leftrightarrow \begin{cases} x \le \frac{1}{2} \\ \left[\begin{array}{l} x = 1+\sqrt{2}\,(loai) \\ x = 1-\sqrt{2} \end{array}\right. \end{cases}$ Với $x = 1-\sqrt{2} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y = \sqrt[4]{2} \\ y = -\sqrt[4]{2} \end{array}\right.$. Vậy hệ có 2 nghiệm

Bài 39: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^4 y + y^5 = x^{10} + x^6 \\ 4\sqrt{1+x} - 2\sqrt{1-x} - 3x = 1 + \sqrt{1-y} \end{cases}$

Bài giải:

Điều kiện: $-1 \le x \le 1, y \le 1$



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Nếu x = 0 thay vào hệ phương trình ta được $(x;y)=(0;0)$ là một nghiệm của hệ phương trình.

Nếu $x\neq 0$, từ $x^4y+y^5=x^{10}+x^6 \Leftrightarrow \left(\frac{y}{x}\right)^5+\frac{y}{x}=x^5+x$

Xét $f(t)=t^5+t, t\in R$. Ta có $f'(t)=5t^4+1>0, \forall t\in R$, nên f(t) đồng biến trên R.

Do đó $f(x)=f\left(\frac{y}{x}\right)$. Suy ra $\frac{y}{x}=x \Leftrightarrow y=x^2$

Thay y = x^2 vào phương trình thứ hai ta được $4\sqrt{1+x}-2\sqrt{1-x}-3x=1+\sqrt{1-x^2}$ (*)

Đặt $u=\sqrt{1+x}\geq 0, v=\sqrt{1-x}\geq 0$. Ta có $\begin{cases} x=\frac{1}{2}(u^2-v^2) \\ u^2+v^2=2 \end{cases}$

Phương trình (*) trở thành $4u-2v-\frac{3}{2}(u^2-v^2)=\frac{1}{2}(u^2+v^2)+uv$

$\Leftrightarrow 2u^2+(v-4)u-v^2+2v=0 \Leftrightarrow (2u-v)(u+v-2)=0$

Nếu $v=2u$ thì $\sqrt{1-x}=2\sqrt{1+x} \Leftrightarrow x=-\frac{3}{5} \Rightarrow y=\frac{9}{25}$

Nếu $v=2-u$ thì $\sqrt{1-x}=2-\sqrt{1+x} \Rightarrow$ pt vô nghiệm

Tóm lại phương trình có các nghiệm là $(x;y)=(0;0);\left(-\frac{3}{5};\frac{9}{25}\right)$



THẦY QUANG BABY

Tất cả vì học sinh thân yêu

TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Bài 40: Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2+4y(x-5)-1=4y^2-x+2\sqrt{2y} \\ 4y(x-4)+x=2\sqrt{x-1} \end{cases}$ $(x,y\in\mathbb{R})$

Bài giải:

Điều kiện $\begin{cases} x\ge 1 \\ y\ge 0 \end{cases}$. Với điều kiện đó

$(1)\Leftrightarrow x^2+4xy-20y-1=4y^2-x+2\sqrt{2y}$

$(2)\Leftrightarrow 4xy=16xy+2\sqrt{x-1}-x$. Thay vào (1) ta có

$x^2+2\sqrt{x-1}=(2y+1)^2+2\sqrt{(2y+1)-1}$

Xét hàm số $u=g(t)=t^2+2\sqrt{t-1}$ với $t\in[1;+\infty)$. Hàm số này luôn đồng biến.

Vì thế $x^2+2\sqrt{x-1}=(2y+1)^2+2\sqrt{(2y+1)-1}\Leftrightarrow x=2y+1\Leftrightarrow x-1=2y$

Thay vào (2) ta được

$2x^2-9x+8=2\sqrt{x-1}\Leftrightarrow 2(x-2)^2=\left(\sqrt{x-1}+1\right)^2\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x-1}=\sqrt{2}x-2\sqrt{2}-1 \\ \sqrt{x-1}=-\sqrt{2}x+2\sqrt{2}-1 \end{array}\right.$

$\sqrt{x-1}=\sqrt{2}x-2\sqrt{2}-1\Leftrightarrow\begin{cases} 2x^2-\left(9+2\sqrt{2}\right)x+10+4\sqrt{2}=0 \\ \sqrt{2}x-2\sqrt{2}-1>0 \end{cases}$

Phương trình bậc hai $2x^2-\left(9+2\sqrt{2x}\right)+10+4\sqrt{2}=0$ có $\Delta=\left(2\sqrt{2}+1\right)^2$ nên có hai nghiệm

THẦY QUANG BABY

Tất cả vì học sinh thân yêu



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

là $x_1 = \dfrac{5+2\sqrt{2}}{2}$ và $x_2 = 2$. Nghiệm x_2 bị loại vì $\sqrt{2}x_2 - 2\sqrt{2} - 1 < 0$

Hoàn toàn tương tự ta có $\sqrt{x-1} = -\sqrt{2}x + 2\sqrt{2} - 1 \Leftrightarrow x = \dfrac{5-2\sqrt{2}}{2}$

Vậy hệ đã cho có hai nghiệm là $\left(\dfrac{5-2\sqrt{2}}{2}; \dfrac{3-2\sqrt{2}}{4}\right)$ và $\left(\dfrac{5+2\sqrt{2}}{2}; \dfrac{3+2\sqrt{2}}{4}\right)$

Bài 41: Giải hệ phương trình $\begin{cases} 4\left(2x\sqrt{2x-1} - y^3 - 3y^2\right) = 15y + 7 + \sqrt{2x+1} \\ \sqrt{\dfrac{y(y+2)}{2}} + \sqrt{6-x} = 2x^2 + 2y^2 - 15x + 4y + 12 \end{cases}$

Bài giải:

Điều kiện: $1 \le x \le 6$ $(1) \Leftrightarrow \mathrm{f}(y+1) = \mathrm{f}\left(\sqrt{2x-1}\right)$ với $f(t) = 4t^3 + 3t$. Vì f(t) đồng biến nên

$y + 1 = \sqrt{2x-1} \Rightarrow y^2 + 2y = 2x - 2$. Thế vào (2):

$\sqrt{x-1} + \sqrt{6-x} = 2x^2 - 11x + 8 \Rightarrow \left(\sqrt{x-1} - 2\right) + \left(\sqrt{6-x} - 1\right) = 2x^2 - 11x + 5 \Leftrightarrow \dfrac{x-5}{2+\sqrt{x-1}} + \dfrac{5-x}{1+\sqrt{6-x}} = (x-5)(2x-1)$

$\Leftrightarrow (x-5)A = 0$ với $A = 2x + 1 + \dfrac{1}{1+\sqrt{6-x}} - \dfrac{1}{2+\sqrt{x-1}} > 0$ (do $x \ge 1$) $\rightarrow x = 5, y = 2$.

Bài 42: Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3\left(4y^2 + 1\right) + x\sqrt{2y} = 3 & (1) \\ 2y + \sqrt{4y^2 + 1} = x + \sqrt{x^2 + 1} & (2) \end{cases}$

Bài giải:



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Điều kiện: $y \geq 0$

$PT(1) \Leftrightarrow x\left[x^2\left(4y^2+1\right)+\sqrt{2y}\right]=3 \Rightarrow x>0$

Khi đó, $PT(2) \Leftrightarrow 2y+\sqrt{4y^2+1}=x+\sqrt{x^2+1}$ (3)

Xé thàm $f(t)=t+\sqrt{t^2+1}$ trên $\left[0;+\infty\right)$

Có $f'(t)=1+\dfrac{t}{\sqrt{t^2+1}}>0\ \forall t>0 \Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $\left(0;+\infty\right)$

Khi đó, $PT(3) \Leftrightarrow f(2y)=f(x) \Leftrightarrow 2y=x$

Thay vào phương trình (1) ta được phương trình: $x^5+x^3+x\sqrt{x}=3$

Đặt $t=\sqrt{x}>0$ có hàm số $g(t)=t^{10}+t^6+t^3$ có $g'(t)=10t^9+6t^5+3t^2>0\ do\, t>0$

Mà $g(1)=3 => t=1 \Rightarrow \sqrt{x}=1 \Leftrightarrow x=1$

Với $x=1 \Rightarrow y=\dfrac{1}{2}$. Hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=\left(1;\dfrac{1}{2}\right)$



THẦY QUANG BABY

Tất cả vì học sinh thân yêu

TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Bài 43: Giải hệ PT $\begin{cases} xy(x+1)=x^3+y^2+x-y \\ 3y\left(2+\sqrt{9x^2+3}\right)+(4y+2)\left(\sqrt{1+x+x^2}+1\right)=0 \end{cases}, (x,y\in\mathbb{R}).$

Bài giải:

ĐKXĐ $\forall x\in\mathbb{R}$.

Ta có $xy(x+1)=x^3+y^2+x-y \Leftrightarrow x^3-x^2y+y^2-xy+x-y=0$

$$\Leftrightarrow (x-y)\left(x^2-y+1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=x \\ y=x^2+1 \end{array}\right.$$

Với $y=x^2+1$ thay vào PT thứ 2 ta được

$3\left(x^2+1\right)\left(2+\sqrt{9x^2+3}\right)+\left(4x^2+6\right)\left(\sqrt{1+x+x^2}+1\right)=0$. Dễ thấy PT vô nghiệm.

Với $y=x$ thay vào PT thứ 2 ta được $3x\left(2+\sqrt{9x^2+3}\right)+(4x+2)\left(\sqrt{1+x+x^2}+1\right)=0$

$\Leftrightarrow 3x\left(2+\sqrt{9x^2+3}\right)=-(2x+1)\left(\sqrt{3+(2x+1)^2}+2\right)$

$\Leftrightarrow 3x\left(2+\sqrt{9x^2+3}\right)=(-2x-1)\left(\sqrt{3+(-2x-1)^2}+2\right)$

Xét hàm số $f(t)=t\left(\sqrt{t^2+2}+2\right)$ ta có $f'(t)=\sqrt{t^2+2}+2+\dfrac{t^2}{\sqrt{t^2+2}}>0$ suy ra hàm số đồng biến.



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Từ đó suy ra $3x=-2x-1 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{5}$. Vậy HPT có nghiệm $(x;y)=\left(-\frac{1}{5};-\frac{1}{5}\right)$.

Bài 44: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 32x^5-5\sqrt{y-2}=y(y-4)\sqrt{y-2}-2x \\ (\sqrt{y-2}-1)\sqrt{2x+1}=8x^3-13(y-2)+82x-29 \end{cases} (x,y\in\mathbb{R})$.

Bài giải:

Đặt đk $x\ge -\frac{1}{2}, y\ge 2$

$+)(1)\Leftrightarrow (2x)^5+2x=(y^2-4y)\sqrt{y-2}+5\sqrt{y-2} \Leftrightarrow (2x)^5+2x=\left(\sqrt{y-2}\right)^5+\sqrt{y-2}(3)$

Xét hàm số $f(t)=t^5+t, f'(t)=5t^4+1>0, \forall x\in R$, suy ra hàm số f(t) liên tục trên R. Từ (3) ta có $f(2x)=f(\sqrt{y-2})\Leftrightarrow 2x=\sqrt{y-2}$

Thay $2x=\sqrt{y-2}(x\ge 0)$ vào (2) được

$(2x-1)\sqrt{2x+1}=8x^3-52x^2+82x-29$

$\Leftrightarrow (2x-1)\sqrt{2x+1}=(2x-1)(4x^2-24x+29)$

$\Leftrightarrow (2x-1)\left(\sqrt{2x+1}-4x^2+24x-29\right)=0$

$\left[\begin{array}{l} x=\frac{1}{2} \\ \sqrt{2x+1}-4x^2+24x-29=0(4) \end{array}\right.$

Với x=1/2. Ta có y=3



$(4) \Leftrightarrow (\sqrt{2x+1}-2)-(4x^2-24x+27)=0 \Leftrightarrow \frac{2x-3}{\sqrt{2x+1}+2}-(2x-3)(2x-9)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3/2 \\ \frac{1}{\sqrt{2x+1}+2}(2x-9)=0(5) \end{array}\right.$

Với x=3/2. Ta có y=11

Xét (5). Đặt $t=\sqrt{2x+1}\ge 0 \Rightarrow 2x=t^2-1$. Thay vao (5) được

$t^3+2t-10-21=0 \Leftrightarrow (t+3)(t^2-t-7)=0$. Tìm được $t=\frac{1+\sqrt{29}}{2}$. Từ đó tìm được

$x=\frac{13+\sqrt{29}}{4}, y=\frac{103+13\sqrt{29}}{2}$

Bài 45: Giải hệ phương trình : $\begin{cases} x^3-y^3+5x^2-2y^2+10x-3y+6=0 \\ \sqrt{x+2}+\sqrt{4-y}=x^3+y^2-4x-2y \end{cases}$

Bài giải:



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Điều kiện x ≥ -2; y ≤ 4

$(1) \Leftrightarrow x^3 + 5x^2 + 10x + 6 = y^3 + 2y^2 + 3y$

$\Leftrightarrow (x+1)^3 + 2(x+1)^2 + 3(x+1) = y^3 + 2y^2 + 3y$

Xét hàm số $f(t) = t^3 + 2t^2 + 3t, \quad f'(t) = 3t^2 + 4t + 3 > 0 \quad \forall t \in R$

Suy ra f(x+1) = f(y) => y= x+1 thay và pt (2) ta được

Phương trình : $\sqrt{x+2} + \sqrt{3-x} = x^3 + x^2 - 4x - 1$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x+2} + \sqrt{3-x}\right) - 3 = x^3 + x^2 - 4x - 4 \Leftrightarrow \frac{2\left(\sqrt{(x+2)(3-x)} - 2\right)}{\sqrt{x+2} + \sqrt{3-x} + 3} = (x+1)(x^2-4)$$

$$\Leftrightarrow \frac{2[(x+2)(3-x) - 4]}{\left(\sqrt{x+2} + \sqrt{3-x} + 3\right)\left(\sqrt{(x+2)(3-x)} + 2\right)} = (x+2)(x^2 - x - 2)$$

$$\Leftrightarrow \frac{2(-x^2 + x + 2)}{\left(\sqrt{x+2} + \sqrt{3-x} + 3\right)\left(\sqrt{(x+2)(3-x)} + 2\right)} - (x+2)(x^2 - x - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - x - 2)\underbrace{\left[x + 2 + \frac{2}{\left(\sqrt{x+2} + \sqrt{3-x} + 3\right)\left(\sqrt{(x+2)(3-x)} + 2\right)}\right]}_{>0 \ (vi\ x \geq -2)} = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -1 \end{array}\right.$$

Vậy hệ pt có nghiệm (x; y) = (2;3) , (x;y)= (-1; 0)

Bài 46: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2y^3 + y + 2x\sqrt{1-x} = 3\sqrt{1-x} \\ \sqrt{9-4y^2} = 2x^2 + 6y^2 - 7 \end{cases}$



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Bài giải:

ĐK: $x \le 1$, ta có: $2y^3 + y + 2x\sqrt{1-x} = 3\sqrt{1-x} \Leftrightarrow 2y^3 + y = 2.\left(\sqrt{1-x}\right)^3 + \sqrt{1-x} \Leftrightarrow y = \sqrt{1-x}$ Vì h/s $f(t) = 2t^3 + t$ đồng biến trên R.
Thế vào pt kia ta được pt: $2x^2 - 6x - 1 = \sqrt{4x+5}$ $\Leftrightarrow 4x^2 - 8x + 4 = 4x + 5 + 2\sqrt{4x+5} + 1$ $\Leftrightarrow (2x-2)^2 = \left(\sqrt{4x+5} + 1\right)^2$
$\Leftrightarrow 2 - 2x = \sqrt{4x+5} + 1$ vì $x \le 1$
$\Leftrightarrow x = 1 - \sqrt{2}$ tmđk.

Bài 47: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} (xy-3)\sqrt{y+2} + \sqrt{x} = \sqrt{x^5} + (y-3x)\sqrt{y+2} \\ \sqrt{9x^2+16} - 2\sqrt{2y+8} = 4\sqrt{2-x} \end{cases}$ $(x, y \in \mathbb{R})$

Bài giải:

Đk: $\begin{cases} 0 \le x \le 2 \\ y \ge -2 \end{cases}$ (*) .Với đk(*) ta có $(1) \Leftrightarrow (x-1)\left[(y+3)\sqrt{y+2} - (x+1)\sqrt{x}\right] = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ (y+3)\sqrt{y+2} = (x+1)\sqrt{x} \quad (3) \end{array}\right.$
Nội dung



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Với x = 1 thay vào (2) ta được: $2\sqrt{2y+8}=1 \Leftrightarrow y=-\frac{31}{8}(loai)$

Ta có: (3) $\Leftrightarrow \left(\sqrt{y+2}\right)^3+\sqrt{y+2}=(\sqrt{x})^3+\sqrt{x}$ (4). Xét hàm số

$f(t)=t^3+t \Rightarrow f'(t)=3t^2+1>0;\forall t \Rightarrow$ Hàm số f(t) là hs đồng biến, do đó:

(4) $\Leftrightarrow f(\sqrt{y+2})=f(\sqrt{x}) \Leftrightarrow \sqrt{y+2}=\sqrt{x} \Leftrightarrow y=x-2$ thay vào pt(2) ta được:

$$4\sqrt{2-x}+2\sqrt{2x+4}=\sqrt{9x^2+16}$$
$$\Leftrightarrow 32-8x+16\sqrt{2(4-x^2)}=9x^2 \Leftrightarrow 8(4-x^2)+16\sqrt{2(4-x^2)}-(x^2+8x)=0$$

Đặt: $t=\sqrt{2(4-x^2)}$ $(t\ge 0)$; PT trở thành: $4t^2+16t-(x^2+8x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=\frac{x}{2} \\ t=-\frac{x}{2}-4<0(loai)\end{array}\right.$

Hay $\sqrt{2(4-x^2)}=\frac{x}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 0\le x\le 2 \\ x^2=\frac{32}{9}\end{cases} \Leftrightarrow x=\frac{4\sqrt{2}}{3} \Rightarrow y=\frac{4\sqrt{2}-6}{3}$

Vậy hệ pt có nghiệm (x; y) là: $\left(\frac{4\sqrt{2}}{3};\frac{4\sqrt{2}-6}{3}\right)$



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

PHƯƠNG PHÁP NHÂN LIÊN HỢP

Bài 1: Giải hệ phương trình $\begin{cases}(1-y)\sqrt{x-y}+x=2+(x-y-1)\sqrt{y}\,(1)\\ 2y^2-3x+6y+1=2\sqrt{x-2y}-\sqrt{4x-5y-3}\,(2)\end{cases}$

Bài giải chi tiết

Điều kiện: $\begin{cases}x\ge y\ge 0\\ x\ge 2y;4x-5y-3\ge 0\end{cases}$

Phương trình (1) trở thành:

$$(1)\Rightarrow(1-y)\left(\sqrt{x-y}\right)+(x-y-1)+(y-1)-(x-y-1)\sqrt{y}=0$$

$$\Rightarrow(1-y)\left(\sqrt{x-y}-1\right)+(x-y-1)\left(1-\sqrt{y}\right)=0$$

$$\Rightarrow(1-y)(x-y-1)\left(\frac{1}{\sqrt{x-y}+1}+\frac{1}{\sqrt{y}+1}\right)=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}y=1\\ x=y+1\end{array}\right.$$

* Với $y=1$

$$(2)\Rightarrow 9-3x=2\sqrt{x-2}-\sqrt{4x-8}\qquad\Rightarrow 9-3x=0\Rightarrow x=3$$

* Với $x=y+1$

$$(2)\Rightarrow 2y^2+3y-2=2\sqrt{1-y}-\sqrt{1-y}\Rightarrow 2y^2+3y-2=\sqrt{1-y}\ \ (3)$$

Điều kiện: $y\le 1$

Cách 1: Phân tích thành nhân tử

$$(3)\Rightarrow 2(1-y)-2y\sqrt{1-y}+(2y+1)\sqrt{1-y}-y(2x+1)=0$$



$$\Rightarrow 2\sqrt{1-y}\left(\sqrt{1-y}-y\right)+\left(2y+1\right)\left(\sqrt{1-y}-y\right)=0$$

$$\Rightarrow \left(2\sqrt{1-y}+2y+1\right)\left(\sqrt{1-y}-y\right)=0$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l}2\sqrt{1-y}+2y+1=0\left(VN\right)\\ \sqrt{1-y}=y\end{array}\right. \Rightarrow 1-y=y^2$$

$\Rightarrow y=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{4}$ (vì $y\ge 0$) $\Rightarrow x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

Cách 2: Khảo sát hàm số

$$\left(3\right)\Leftrightarrow 2y^2+y=2\left(\sqrt{1-y}\right)^2+\sqrt{1-y}$$

Xét hàm số $f\left(t\right)=2t^2+t\left(t\ge 0\right)$ có $f'\left(t\right)=4t+1\ge \forall t>0$. Do đó f(t) đồng biến trên $\left[0;+\infty\right)$

Mà $f\left(y\right)=f\left(\sqrt{1-y}\right)$ nên $y=\sqrt{1-y}\Rightarrow y^2=1-y\Rightarrow y=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{4}$ (vì $y\ge 0$) $\Rightarrow x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

Sau khi thử lại, ta thấy tất cả các nghiệm của phương trình đều thỏa mãn.

Kết luận: Hệ phương trình có nghiệm là: $\begin{cases}x=3\\ y=1\end{cases};\begin{cases}x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\\ y=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}\end{cases}$

Bài 2. Giải hệ phương trình $\begin{cases}y^2=\left(5x+4\right)\left(4-x\right)\left(1\right)\\ y^2-5x^2-4xy+16x-8y+16=0\left(2\right)\end{cases}$

Bài giải chi tiết

Phương trình (2) tương đương với:



$$(2) \Leftrightarrow (y-5x-5)(y+x-4)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=5x+4 \\ y=4-x \end{array}\right.$$

* $y=5x+4$

$$(1) \Leftrightarrow (5x+4)^2+(5x+4)(x-4)=0 \Leftrightarrow 6x(5x+4) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \Rightarrow y=4 \\ x=-\dfrac{4}{5} \Rightarrow y=0 \end{array}\right.$$

* $y=4-x;(1) \Leftrightarrow (x-4)^2+(5x+4)(x-4)=0 \Leftrightarrow 6x(x-4)=0$

* $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \Rightarrow y=4 \\ x=4 \Rightarrow y=0 \end{array}\right.$

Kết luận: Hệ phương trình có nghiệm là: $\begin{cases} x=0 \\ y=4 \end{cases}; \begin{cases} x=4 \\ y=0 \end{cases}; \begin{cases} x=-\dfrac{4}{5} \\ y=0 \end{cases}$

Bài 3. Giải hệ phương trình $\begin{cases} xy+x-2=0(1) \\ 2x^3-x^2y+x^2+y^2-2xy-y=0(2) \end{cases}$

Bài giải chi tiết



$(2) \Leftrightarrow x^2(2x-y+1)+y(y-2x-1)=0 \Leftrightarrow (x^2-y)(2x-y+1)=0$

Bài 4. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2+y^2-xy+4y+1=0 (1) \\ y\left[7-(x-y)^2\right]=2(x^2+1) (2) \end{cases}$

Bài giải chi tiết

Phương trình (2) tương đương với:

$$(2) \Leftrightarrow y\left[7-(x-y)^2\right]+2(y^2-xy+4y)=0 \Leftrightarrow y\left[15-2(x-y)-(x-y)^2\right]=0$$

$$\Leftrightarrow y(x-y-3)(x-y+5)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=0 \\ y=x-3 \\ y=x+5 \end{array}\right.$$

* $y=0;(1) \Leftrightarrow x^2+1=0$ (vô lý)

* $y=x-3;(1) \Leftrightarrow x^2-x-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \Rightarrow y=-2 \\ x=-2 \Rightarrow y=-5 \end{array}\right.$

* $y=x+5;(1) \Leftrightarrow x^2+9x+46=0$ (phương trình vô nghiệm)

Kết luận: Hệ phương trình có nghiệm: $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}; \begin{cases} x=-2 \\ y=-5 \end{cases}$

Bài 5. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 5x^2y-4xy^2+3y^3-2(x+y)=0 (1) \\ xy(x^2+y^2)+2=(x+y)^2 (2) \end{cases}$

Bài giải chi tiết



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Phương trình (2) tương đương với:

$$(2) \Leftrightarrow xy\left(x^2+y^2\right)+2=\left(x^2+y^2\right)+2x \Leftrightarrow (xy-1)\left(x^2+y^2-2\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} xy=1 \\ x^2+y^2=2 \end{array}\right.$$

* Với $xy=1;(1) \Leftrightarrow 5x^2y-4xy^2+3y^3-2xy(x+y)=0$

$$\Leftrightarrow 3x^2y-6xy^2+3y^3=0 \Leftrightarrow 3y(x-y)^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=0(loai \text{ vi xy=1}) \\ x=y \end{array}\right. \Leftrightarrow x=y=\pm 1$$

* Với $x^2+y^2=2;(1) \Leftrightarrow 5x^2y-4xy^2+3y^3-\left(x^2+y^2\right)(x+y)=0$

$$\Leftrightarrow -x^3+4x^2y-5xy^2+2y^3=0 \Leftrightarrow (x-y)^2(x-2y)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=y \\ x=2y \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 2x^2=2 \\ x^2+y^2=2 \end{cases} \\ \begin{cases} 5y^2=2 \\ x^2+y^2=1 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=\pm 1 \\ y=\pm 1 \end{cases} \\ \begin{cases} x=\pm\sqrt{\dfrac{2}{5}} \\ y=\pm 2\sqrt{\dfrac{2}{5}} \end{cases} \end{array}\right.$$

Kết luận: Hệ phương trình có nghiệm là: $\begin{cases} x=\pm\sqrt{\dfrac{2}{5}} \\ y=\pm 2\sqrt{\dfrac{2}{5}} \end{cases};\begin{cases} x=\pm 1 \\ y=\pm 1 \end{cases}$

THẦY QUANG BABY

Tất cả vì học sinh thân yêu



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Bài 6. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \sqrt{2x+y-1}-\sqrt{x+2y-2}+x-y+1=0(1) \\ x^2+y^2-2xy+4x-3y=0(2) \end{cases}$

Bài giải chi tiết

$$(1) \Leftrightarrow \frac{x-y+1}{\sqrt{2x+y-1}+\sqrt{x+2y-2}}+(x-y+1)=0$$

$$\Leftrightarrow (x-y+1)\left(\frac{1}{\sqrt{2x+y-1}+\sqrt{x+2y-2}}+1\right)=0 \Leftrightarrow y=x+1$$

$$(2) \Leftrightarrow x^2+(x+1)^2-2x(x+1)-4x-4(x+1)=0$$

$\Leftrightarrow x-2=0 \Leftrightarrow x=2 \Rightarrow y=3$ (thỏa mãn)

Kết luận: Hệ phương trình có nghiệm là: $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$

Bài 7. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \sqrt{x^2-x-y}=\dfrac{y}{\sqrt[3]{x-y}}(1) \\ 2(x^2+y^2)-3\sqrt{2x-1}=11(2) \end{cases}$

Bài giải chi tiết

Điều kiện: $\begin{cases} x \neq y \\ x^2-x-y \geq 0 \\ x \geq \dfrac{1}{2} \end{cases}$

Nếu $y<0 \Rightarrow \dfrac{y}{\sqrt[3]{x-y}}<0 \Rightarrow \sqrt{x^2-x-y}<0$ (vô lý). Nên $y \geq 0$



THẦY QUANG BABY

Tất cả vì học sinh thân yêu

TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Với $x^2-x-y=0;(1)\Rightarrow\begin{cases}y=0\\x^2-x=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=0\\\left[\begin{array}{l}x=0\left(khong\ thoa\ \text{man}\ (2)\right)\\x=1\end{array}\right.\end{cases}$

Với $x^2-x-y>0$, ta có:

$$(1)\Leftrightarrow\sqrt[3]{x-y}=\frac{y}{\sqrt{x^2-x-y}}\Leftrightarrow\sqrt[3]{x-y}-1=\frac{y}{\sqrt{x^2-x-y}}-1$$

$$\Leftrightarrow\frac{x-y-1}{\sqrt[3]{(x-y)^2}+\sqrt[3]{x-y}+1}+\frac{(x+y)(x-y-1)}{\sqrt{x^2-x-y}+1}=0$$

$$\Leftrightarrow(x-y-1)\left(\frac{1}{\sqrt[3]{(x-y)^2}+\sqrt[3]{x-y}+1}+\frac{x+y}{\sqrt{x^2-x-y}+1}\right)=0$$

Bài 8. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}x^2+y^2+2\sqrt{2x^2-3xy+2y^2}=x+y+2xy(1)\\\sqrt{x+y}+\sqrt{x-y}=3x-4y+4(2)\end{cases}$

Bài giải chi tiết

Điều kiện: $\begin{cases}x\ge y\\x\ge -y\end{cases}$

Phương trình (1) tương đương với:

$$(1)\Leftrightarrow(x-y)^2+2\sqrt{2x^2-3xy+2y^2}-(x+y)=0$$

$$\Leftrightarrow(x-y)^2+\frac{4\left(2x^2-3xy+2y^2\right)-(x+y)^2}{2\sqrt{2x^2-3xy+2y^2}+x+y}=0$$



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

$$\Leftrightarrow (x-y)^2 + \frac{7(x-y)^2}{2\sqrt{2x^2-3xy+2y^2}+x+y} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-y)^2\left(1+\frac{7}{2\sqrt{2x^2-3xy+2y^2}+x+y}\right) = 0 \Leftrightarrow x = y$$

Khi đó:

$$(2) \Leftrightarrow \sqrt{2x} = 4 - x \Leftrightarrow \begin{cases} x \le 4 \\ 2x = x^2 - 8x + 16 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow y = 2 \text{ (thỏa mãn)}$$

Kết luận: Hệ phương trình có nghiệm là: $\begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$

Bài 9. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \sqrt{x^2+y^2} + \sqrt{x^2-y^2} = 2y\,(1) \\ \sqrt{x} + y\sqrt{5} = 3\,(2) \end{cases}$

Bài giải chi tiết

Điều kiện: $x \ge y \ge 0$

Với y = 0 không thỏa mãn hệ phương trình

Với y > 0, ta được:

$$(1) \Leftrightarrow \left(\sqrt{x^2+y^2} - \frac{3y}{2}\right) + \left(\sqrt{x^2-y^2} - \frac{y}{2}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 - \frac{5}{4}y^2}{\sqrt{x^2+y^2} + \frac{3}{2}y} + \frac{x^2 - \frac{5}{4}y^2}{\sqrt{x^2-y^2} + \frac{y}{2}} = 0$$



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

$$\Leftrightarrow \left(x^2-\frac{5}{4}y^2\right)\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}+\frac{3}{2}y}+\frac{1}{\sqrt{x^2-y^2}+\frac{y}{2}}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow x^2=\frac{5}{4}y^2 \Leftrightarrow x=\frac{\sqrt{5}}{2}y$$

Khi đó:

$$(2)\Leftrightarrow \sqrt{x}+2x=3 \Leftrightarrow \begin{cases} x=4x^2-12x+9 \\ x\le \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x=1 \Rightarrow y=\frac{2}{\sqrt{5}} \text{ (thỏa mãn)}$$

Kết luận: Hệ phương trình có nghiệm là: $\begin{cases} x=1 \\ y=\frac{2}{\sqrt{5}} \end{cases}$

Bài 10. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} (x-1)\sqrt{x+1}-\sqrt{x^2+x-y}+\sqrt{y-2}+4x-3y=0 (1) \\ \sqrt[3]{x^3+x^2+y^2+xy}=\frac{y^2}{\sqrt{x+xy+1}} (2) \end{cases}$

Bài giải chi tiết

Điều kiện: $\begin{cases} x\ge -1 \\ x^2+x-y>0 \\ x+xy+1>0 \\ y\ge 2 \end{cases}$

Phương trình (2) tương đương với:



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

$$\sqrt[3]{x^3+x^2+y^2+xy}-y=\frac{y^2}{\sqrt{x+xy+1}}-y$$

$$\Leftrightarrow \frac{\left(x^2+xy+y^2\right)\left(x-y+1\right)}{\sqrt[3]{\left(x^3+x^2+y^2+xy\right)^2}+y\sqrt[3]{x^3+x^2+y^2+xy}+y^2}=\frac{y\left(y+1\right)\left(y-x+1\right)}{\sqrt{x+xy+1}}$$

$$\Leftrightarrow \left(x-y+1\right)\left[\frac{\left(x^2+xy+y^2\right)}{\sqrt[3]{\left(x^3+x^2+y^2+xy\right)^2}+y\sqrt[3]{x^3+x^2+y^2+xy}+y^2}+\frac{y\left(y+1\right)}{\sqrt{x+xy+1}}\right]=0$$

Do $\dfrac{\left(x^2+xy+y^2\right)}{\sqrt[3]{\left(x^3+x^2+y^2+xy\right)^2}+y\sqrt[3]{x^3+x^2+y^2+xy}+y^2}+\dfrac{y\left(y+1\right)}{\sqrt{x+xy+1}}>0\Rightarrow y=x+1$

Thay vào phương trình (1), ta được:

$$\left(1\right)\Leftrightarrow \left(x-1\right)\sqrt{x+1}-\sqrt{x^2-1}+\sqrt{x-1}+x-3=0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2-1}\left(\sqrt{x-1}-1\right)+\left(\sqrt{x-1}-1\right)+\left(x-2\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2-1}\frac{x-2}{\sqrt{x-1}+1}+\frac{x-2}{\sqrt{x-1}+1}+\left(x-2\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left(x-2\right)\left(\frac{\sqrt{x^2-1}}{\sqrt{x-1}+1}+\frac{1}{\sqrt{x-1}+1}+1\right)=0$$

$$\Leftrightarrow x=2\Rightarrow y=3$$

Sau khi thử lại ta thấy nghiệm này thỏa mãn đề bài

Kết luận: Hệ phương trình có nghiệm là: $\begin{cases}x=2\\y=3\end{cases}$

THẦY QUANG BABY

Tất cả vì học sinh thân yêu



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Bài 11. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x-3\sqrt{x+3}=3\sqrt{y-5}-y\,(1) \\ \sqrt{x^2+16(y-x)}+y=2\sqrt{xy}\,(2) \end{cases}$

Bài giải chi tiết

Điều kiện: $\begin{cases} x\ge 0 \\ y\ge 5 \end{cases}$

Phương trình (2) tương đương với:

$$(2)\Leftrightarrow \sqrt{x^2+16(y-x)}-y=2\left(\sqrt{xy}-y\right)\Leftrightarrow \frac{x^2+16(y-x)-y^2}{\sqrt{x^2+16(y-x)}+y}=\frac{2y(x-y)}{\sqrt{xy}+y}$$

$$\Leftrightarrow (x-y)\left[\frac{x-16}{\sqrt{x^2+16(y-x)}+y}-\frac{2y}{\sqrt{xy}+y}\right]=0$$

Ta có: $(1)\Leftrightarrow x-3\sqrt{x+3}=3\sqrt{y-5}-y$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{y-5}-\frac{3}{2}\right)^2+x-3\sqrt{x+3}+\frac{11}{4}=0\Leftrightarrow x-3\sqrt{x+3}+\frac{11}{4}\le 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x+\frac{11}{4}\right)^2\le 9(x+3)\Leftrightarrow -3\le x\le \frac{7+6\sqrt{10}}{4}<16$$



THẦY QUANG BABY

Tất cả vì học sinh thân yêu

TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Do đó $\frac{x-16}{\sqrt{x^2+16(y-x)}+y}-\frac{2y}{\sqrt{xy}+y}<0 \Rightarrow x=y$

Thế vào (1) ta được:

$$(1) \Leftrightarrow 2x=3\left(\sqrt{x+3}+\sqrt{x-5}\right) \Leftrightarrow 4x^2=9\left(2x-2+2\sqrt{x^2-2x-15}\right)$$

$$\Leftrightarrow 9\sqrt{x^2-2x-15}=2x^2-9x+9$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2-9x+9\ge 0 \\ 81\left(x^2-2x-15\right)=\left(2x^2-9x+9\right)^2 \end{cases} \Leftrightarrow x=6 \Rightarrow y=6$$

Kết luận: Hệ phương trình có nghiệm là: $\begin{cases} x=6 \\ y=6 \end{cases}$

Bài 12. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \sqrt{x+2}+\sqrt{x^2+y^2-xy(x-y)}=2+\sqrt{y+4} \\ \sqrt{1-y}+\sqrt{x+2}=x^2(y-1)+4x-3 \end{cases}$

Bài giải chi tiết

Điều kiện: $\begin{cases} x^2+y^2-xy(x-y)\ge 0 \\ x\ge -2 \\ -4\le y\le 1 \end{cases}$

Từ (2) ta có: $4x-3=x^2(1-y)+\sqrt{1-y}+\sqrt{x+2}\ge 0 \Rightarrow x\ge \frac{3}{4} \Rightarrow \sqrt{x+2}\ge 0$

Phương trình (1) tương đương với: $\sqrt{x+2}-\sqrt{y+4}+\sqrt{x^2+y^2-xy(x-y)}-2=0$

$$\Leftrightarrow \frac{(x+2)-(y+4)}{\sqrt{x+2}+\sqrt{y+4}}+\frac{x^2+y^2-xy(x-y)-4}{\sqrt{x^2+y^2-xy(x-y)}+2}=0$$



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

$$\Leftrightarrow \frac{x-y-2}{\sqrt{x+2}+\sqrt{y+4}}+\frac{(x-y-2)(x-y-xy+2)}{\sqrt{x^2+y^2-xy(x-y)}+2}=0$$

$$\Leftrightarrow (x-y-2)\left(\frac{1}{\sqrt{x+2}+\sqrt{y+4}}+\frac{x-y-xy+2}{\sqrt{x^2+y^2-xy(x-y)}+2}\right)=0(3)$$

Ta có: $x-y-xy+2=x(1-y)+(1-y)+1=(x+1)(1-y)+1>0$ do $x\geq\frac{3}{4}, y\leq 1$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x+2}+\sqrt{y+4}}+\frac{x-y-xy+2}{\sqrt{x^2+y^2-xy(x-y)}+2}>0$$

Nên $(3)\Rightarrow x-y-2=0$. Thay vào (2) ta được:

$\sqrt{3-x}+\sqrt{2+x}=x^2(x-3)+4x-3 \Leftrightarrow x^3-3x^2+4x-3-\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}=0(4)$

Xét hàm số $f(x)=x^3-3x^2+4x-3-\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}$ với $x\in\left[\frac{3}{4};3\right]$

Có $f'(x)=3x^2-6x+4-\frac{1}{2\sqrt{x+2}}+\frac{1}{2\sqrt{3-x}}=3(x-1)^2+1+\frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{3-x}}{2\sqrt{x+2}\sqrt{3-x}}>0$

Do $(x+2)-(3-x)=2x-1>0\forall x\in\left(\frac{3}{4};3\right)\Rightarrow x+2=3-x\Rightarrow\sqrt{x+2}=\sqrt{3-x}$

Bài 13. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}3x-3y-1+\sqrt{x-1}+\sqrt{y}=2\sqrt{x-y}(1)\\ \left((y+1)^2+3\right)\sqrt{x^2+3}=32x^2-24(2)\end{cases}$

Bài giải chi tiết



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Điều kiện: $\begin{cases} x \geq 1 \\ y \geq 0 \\ x \geq y \end{cases}$

* Nếu x = 1 thì từ (2) suy ra y =0 thỏa mãn hệ.

* Nếu x > 1 ta có $(1) \Leftrightarrow 3x-3y-3+2-2\sqrt{x-y}+\sqrt{x-1}-\sqrt{y}=0$

$$\Leftrightarrow 3(x-y-1)+\frac{2(1-x+y)}{1+\sqrt{x-y}}+\frac{x-1-y}{\sqrt{x-1}+\sqrt{y}}=0$$

$$\Leftrightarrow (x-y-1)\left(3-\frac{2}{1+\sqrt{x-y}}+\frac{1}{\sqrt{x-1}+\sqrt{y}}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow x-y-1=0 \text{ (Do } 3-\frac{2}{1+\sqrt{x-y}} \geq 3-2=1)$$

Thay vào (2) ta được $(x^2+3)\sqrt{x^2+3}=32x^2-24$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2+3}{x^2}\frac{\sqrt{x^2+3}}{x}=\frac{32}{x}-\frac{24}{x^3} \Leftrightarrow \frac{x^2+3}{x^2}\frac{\sqrt{x^2+3}}{3}-8=8\left(\frac{4}{x}-\frac{3}{x^3}-1\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x^3-4x^2+3)\left(x^2+3+2x\sqrt{x^2+3}+4x^2\right)}{x^3\left(\sqrt{x^2+3}+2x\right)}=-\frac{8(x^3-4x^2+3)}{x^3}$$

$$\Leftrightarrow (x^3-4x^2+3)\left[\frac{\left(\sqrt{x^2+3}+x\right)^2+3x^2}{x^3\left(\sqrt{x^2+3}+2x\right)}+\frac{8}{x^3}\right]=0$$

$$\Leftrightarrow x^3-4x^2+3=0 \Leftrightarrow x=\frac{3+\sqrt{21}}{2}$$



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

(Do x > 1) suy ra $y=\frac{1+\sqrt{21}}{2}$

Kết luận: hệ phương trình có nghiệm $(x,y)=(1;0),\left(\frac{3+\sqrt{21}}{2};\frac{1+\sqrt{21}}{2}\right)$

Bài 14. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}(x+1)\sqrt{y^2+y+2}+(y-1)\sqrt{x^2+x+1}=x+y(1)\\(x^2+x)\sqrt{x-y+3}=2x^2+x+y+1(2)\end{cases}$

Bài giải chi tiết

Điều kiện: $x-y+3\geq 0$

$$(2)\Leftrightarrow(x^2+x)\left(\sqrt{x-y+3}-2\right)+x-y-1=0$$

$$\Leftrightarrow(x-y-1)\left(\frac{x^2+x}{\sqrt{x-y+3}+2}+1\right)=0\Leftrightarrow x-y-1=0$$

Thay vào (1) ta được: $(x+1)\sqrt{x^2-x+2}+(x-2)\sqrt{x^2+x+1}=2x-1$

Đặt $\begin{cases}u=\sqrt{x^2-x+2}\\v=\sqrt{x^2+x+1}\end{cases}(u,v>0)$ ta được $\left(\frac{v^2-u^2+1}{2}+1\right)u+\left(\frac{v^2-u^2+1}{2}-2\right)=v^2-u^2$



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

$$\Leftrightarrow (v-u)(u+v+1)(u+v-3)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u=v \\ u+v=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{1}{2} \\ x=-1 \\ x=\dfrac{7}{8} \end{array}\right.$$

Từ đó ta được các nghiệm $(x;y)=\left(\dfrac{1}{2};-\dfrac{1}{2}\right),(-1;-2),\left(\dfrac{7}{8};\dfrac{-1}{8}\right)$

Bài 15. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \sqrt{4x-1}+\sqrt{4y-1}+6-\dfrac{8}{2x+1}=8x(1) \\ 2y+1+\sqrt{x^2+2y+1}=x+2\sqrt{y^2+2x+1}(2) \end{cases}$

Bài giải chi tiết

Điều kiện: $x,y\geq \dfrac{1}{4}$

$$(2)\Leftrightarrow 2(y+1)-2\sqrt{y^2+2x+1}+\sqrt{x^2+2y+1}-(x+1)=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{4(y-x)}{y+1+\sqrt{y^2+2x+1}}+\frac{2(y-x)}{\sqrt{x^2+2y+1}+x+1}=0$$



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

$$\Leftrightarrow (y-x)\left[\frac{4}{y+1+\sqrt{y^2+2x+1}}+\frac{2}{\sqrt{x^2+2y+1}+x+1}\right]=0$$

$$\Leftrightarrow x=y$$

Thay vào (1) ta có:

$$2\sqrt{4x-1}+6=8x+\frac{8}{2x+1}$$

Dò nghiệm ta được x = ½ là nghiệm kép , ta tìm cách đánh giá như sau :

Áp dụng BĐT Cauchy: khi thay x = ½ vào $\sqrt{4x-1}=1$,nên ta áp dụng

$$2\sqrt{4x-1}.1\le 4x-1+1=4x\Rightarrow VT\le 4x+6$$

Ta thay x = ½ vào $\frac{8}{2x+1}=4$. nên ta áp dụng $2(2x+1)+\frac{8}{2x+1}\ge 2\sqrt{2(2x+1)\frac{8}{2x+1}}=8$

$VP=(4x-2)+\left[2(2x+1)+\frac{8}{2x+1}\right]\ge(4x-2)+2\sqrt{2(2x+1)\frac{8}{2x+1}}=4x-2+8=4x+6\ge VT$ Dấu

"=" xảy ra khi $x=\frac{1}{2}\Rightarrow y=\frac{1}{2}$

Kết luận: Vậy hệ có nghiệm $(x,y)=\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$

Bài 16. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\sqrt{xy-1}+\sqrt{x+1}=1+\sqrt{\frac{y+2}{y}}(1)\\ \sqrt{2y}+\sqrt{1-\frac{3}{x}}=\frac{2}{y}+\frac{1}{3x}(2)\end{cases}$

Bài giải chi tiết



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Điều kiện: $\begin{cases} y > 0 \\ xy \geq 1 \\ 1 - \frac{3}{x} \geq 0 \Rightarrow x > 0 \\ x \neq 0 \\ x \geq -1 \end{cases}$

$$(1) \Leftrightarrow \sqrt{xy-1} - 1 + \sqrt{x+1} - \sqrt{1+\frac{2}{y}} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{xy-2}{\sqrt{xy-1}+1} + \frac{x-\frac{2}{y}}{\sqrt{x+1}+\sqrt{1+\frac{2}{y}}} = 0$$

$$\Leftrightarrow (xy-2)\left(\frac{1}{\sqrt{xy-1}+1} + \frac{1}{y\sqrt{x+1}+y\sqrt{1+\frac{2}{y}}}\right) = 0 \Leftrightarrow xy-2=0 \Leftrightarrow xy=2$$

Thay vào (2) ta được: $\sqrt{\frac{1}{x}} + \sqrt{1-\frac{3}{x}} = x + \frac{1}{3x}$

Áp dụng BĐT Bunhiaiscopki ta có

$$\left(\sqrt{\frac{1}{x}} + \sqrt{1-\frac{3}{x}}\right)^2 = \left(1\frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{3}\sqrt{\frac{1}{3}-\frac{1}{x}}\right)^2 \leq 4\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{3}-\frac{1}{x}\right) = \frac{4}{3}$$

Suy ra $\sqrt{\frac{1}{x}} + \sqrt{1-\frac{3}{x}} \leq \frac{2}{\sqrt{3}}$



Áp dụng BĐT Cauchy cho các số thực dương ta có: $x+\frac{1}{3x}\ge 2\sqrt{x\frac{1}{3x}}=\frac{2}{\sqrt{3}}$

Nên $x+\frac{1}{3x}\ge\sqrt{\frac{1}{x}}+\sqrt{1-\frac{3}{x}}$

Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases}x=\frac{1}{3x}\\ \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{x}}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{\frac{1}{3}-\frac{1}{x}}}\end{cases}$ vô nghiệm.

Kết luận: Vậy hệ đã cho vô nghiệm

Bài 17. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\left(2y-\sqrt{2y-2x}\right)\sqrt{4xy-2x-4}+8\sqrt{x^3-4}=3x^3\,(1)\\ y+\sqrt{x^2+2y}=x+\sqrt{y^2+2x+2}\,(2)\end{cases}$

Bài giải chi tiết

Điều kiện: $\begin{cases}4xy-2x-4\ge 0\\ y\ge x\ge\sqrt[3]{4}\\ x^2+2y\ge 0\\ y^2+2x+2\ge 0\end{cases}$

$(2)\Leftrightarrow(y+1)-\sqrt{y^2+2x+2}+\sqrt{x^2+2y}-(x+1)=0$

$\Leftrightarrow\frac{2y-2x-1}{(y+1)+\sqrt{y^2+2x+2}}+\frac{2y-2x-1}{\sqrt{x^2+2y}+x+1}=0$



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

$$\Leftrightarrow (2y-2x-1)\left(\frac{1}{(y+1)+\sqrt{y^2+2x+2}}+\frac{1}{\sqrt{x^2+2y}+x+1}\right)=0$$

$\Leftrightarrow 2y-2x-1=0$ (Do $y \ge x \ge \sqrt[3]{4}$)

Thay vào (2) ta được $2x\sqrt{2x^2-4}+8\sqrt{x^3-4}=3x^3$

Áp dụng BĐT Côsi cho các số dương ta có:

$$3x^3=2\left[4+\left(x^3-4\right)\right]+x\left[2+\left(x^2-2\right)\right]\ge 8\sqrt{x^3-4}+2x\sqrt{2x^2-4}$$

Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases}4=x^3-4\\2=x^2-2\end{cases} \Leftrightarrow x=2$ (thoả mãn) $\Leftrightarrow y=\dfrac{5}{2}$

Kết luận: Vậy hệ có nghiệm duy nhất $\left(2;\dfrac{5}{2}\right)$

Bài 18. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\sqrt{y-2}+\sqrt{3x^3-5y^2+5y-2}=\dfrac{x^2+x+2y-2}{2} (1)\\3x=y+\sqrt[3]{x^2y-xy^2+y^3}+\sqrt[3]{x^2y} \ (2)\end{cases}$

Bài giải chi tiết

$$(2)\Leftrightarrow (x-y)+\left(x-\sqrt[3]{x^2y}\right)+\left(x-\sqrt[3]{x^2y-xy^2+y^3}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow (x-y)+\frac{x^2(x-y)}{x^2+x\sqrt[3]{x^2y}+\sqrt[3]{x^4y^2}}+\frac{(x-y)\left(x^2+y^2\right)}{x^2+x\sqrt[3]{x^2y-xy^2+y^3}+\left(\sqrt[3]{x^2y-xy^2+y^3}\right)^2}=0$$



THẦY QUANG BABY

Tất cả vì học sinh thân yêu

TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

$$\Leftrightarrow (x-y)\left[1+\frac{x^2}{\left(x+\frac{\sqrt[3]{x^2y}}{2}\right)+\frac{3}{4}\sqrt[3]{x^4y^2}}+\frac{x^2+y^2}{\left(x+\frac{\sqrt[3]{x^2y-xy^2+y^3}}{2}\right)^2+\frac{3}{4}\left(\sqrt[3]{x^2y-xy^2+y^3}\right)^2}\right]=0$$

$x=y$. Thay vào (2) ta được: $\sqrt{x-2}+\sqrt{3x^3-5x^2+5x-2}=\frac{x^2+3x-2}{2}(3)$

Nhẩm x = 3 là nghiệm kép , ta thay x = 3 vào :

$\sqrt{x-2}=1$; $\sqrt{3x^3-5x^2+5x-2}=\sqrt{(3x-2)(x^2-x+1)}=\sqrt{(7)(7)}$

Áp dụng BĐT Cosi ta có: $\sqrt{x-2}=\sqrt{1(x-2)}\le\frac{x-1}{2}(*)$

Và: $\sqrt{3x^3-5x^2+5x-2}=\sqrt{(3x-2)(x^2-x+1)}\le\frac{x^2+2x-1}{2}(**)$

Cộng vế theo vế (*) và (**) ta có: $\sqrt{x-2}+\sqrt{3x^3-5x^2+5x-2}\le\frac{x^2+3x-2}{2}$

Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases}1=x-2\\3x-2=x^2-x+1\end{cases}\Leftrightarrow x=3$

Nên $(3)\Leftrightarrow x=3\Leftrightarrow y=3$

Kết luận: Vậy hệ có nghiệm duy nhất $(3;3)$



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Bài 19. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \sqrt{x+y} = \sqrt{2x-y} + \dfrac{2y-x}{\sqrt{2x}} (1) \\ 3x^2 - 2y + 2 = 2\sqrt{x} + 4y\sqrt{2x-1} (2) \end{cases}$

Bài giải chi tiết

Điều kiện: $\begin{cases} x \geq \dfrac{1}{2} \\ x+y \geq 0 \\ 2x-y \geq 0 \end{cases}$

$(1) \Leftrightarrow \sqrt{x+y} - \sqrt{2x-y} = \dfrac{2y-x}{\sqrt{2x}}$

$\Leftrightarrow \dfrac{2y-x}{\sqrt{x+y}+\sqrt{2x-y}} = \dfrac{2y-x}{\sqrt{2x}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2y-x=0 \\ \sqrt{x+y}+\sqrt{2x-y}=\sqrt{2x} \end{array} \right.$

* Nếu $\sqrt{x+y}+\sqrt{2x-y}=\sqrt{2x} \Leftrightarrow x+2\sqrt{(x+y)(2x-y)}=0$ vô nghiệm do x > 0.

* Nếu $2y = x$ thay vào (2) ta được: $3x^2 - x + 2 = 2\sqrt{x} + 2x\sqrt{2x-1}$

$\Leftrightarrow x\left(2x-2\sqrt{2x-1}\right) + x^2 - 2x + 1 + x - 2\sqrt{x} + 1 = 0$

$\Leftrightarrow x\left(\sqrt{2x-1}-1\right)^2 + (x-1)^2 + \left(\sqrt{x}-1\right)^2 = 0 (3)$

Ta có: $\begin{cases} x\left(\sqrt{2x-1}-1\right)^2 \geq 0 \\ (x-1)^2 \geq 0 \\ \left(\sqrt{x}-1\right)^2 \geq 0 \end{cases}$



THẦY QUANG BABY
Tất cả vì học sinh thân yêu

TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Với $x \ge \frac{1}{2}$ nên $(3) \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x \ne 0 \\ \sqrt{2x-1} = 1 \end{array}\right. \\ x = 1 \\ \sqrt{x} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}$

Kết luận: Vậy hệ có nghiệm duy nhất $\left(1; \frac{1}{2}\right)$

Bài 20. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{xy - \frac{3}{4}} = \frac{2+\sqrt{y}}{2\sqrt{y}} \\ \sqrt{x^3\left(y^3+8\right)} + 3\sqrt{8x+1} = 4 + 2x^2\left(y+1\right)^2 \end{cases}$

Bài giải chi tiết

Điều kiện: $x \ge 0, y > 0, xy \ge \frac{3}{4}$

$$(1) \Leftrightarrow \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{y}} + \sqrt{xy - \frac{3}{4}} - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow \frac{xy-1}{\sqrt{y}\left(\sqrt{xy}+1\right)} + \frac{xy-1}{\sqrt{xy-\frac{3}{4}} + \frac{1}{2}} = 0$$

$$\Leftrightarrow (xy-1)\left(\frac{1}{\sqrt{y}\left(\sqrt{xy}+1\right)} + \frac{1}{\sqrt{xy-\frac{3}{4}} + \frac{1}{2}}\right) = 0 \Leftrightarrow xy = 1$$

Thay vào (2) được: $\sqrt{8x^3+1} + 3\sqrt{8x+1} = 4 + 2\left(x+1\right)^2$

Áp dụng BĐT Cauchy ta có:



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

$$2\sqrt{8x^3+1}=2\sqrt{(2x+1)(4x^2-2x+1)}\le 2x+1+4x^2-2x+1=4x^2+2$$

$$6\sqrt{8x+1}=2.3.\sqrt{8x+1}\le 9+8x+1=8x+10$$

Suy ra $2\sqrt{8x^3+1}+6\sqrt{8x+1}\le 4x^2+2+8x+10=8+4(x+1)^2$

$$\Rightarrow \sqrt{8x^3+1}+3\sqrt{8x+1}\le 4+2(x+1)^2$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x=1\Rightarrow y=1$ thử lại thấy thỏa mãn

Kết luận: Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất $(1;1)$

Bài 21. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\sqrt{x^2-y^2+4}+\sqrt{x-4}=2\sqrt{x}+\sqrt{y-2}\,(1)\\ \sqrt{(x-2)(9-y)}+\sqrt{y(4-y)}=3(x-y)\,(2)\end{cases}$

Bài giải chi tiết

Điều kiện: $\begin{cases}x^2-y^2+4\ge 0\\ x\ge 4\\ y\ge 2\end{cases}$

$$(1)\Leftrightarrow \sqrt{x^2-y^2+4}-2\sqrt{x}+\sqrt{x-4}-\sqrt{y-2}=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x^2-y^2+4)-4x}{\sqrt{x^2-y^2+4}+2\sqrt{x}}+\frac{(x-4)-(y-2)}{\sqrt{x-4}+\sqrt{y-2}}=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x-y-2)(x+y-2)}{\sqrt{x^2-y^2+4}+2\sqrt{x}}+\frac{x-y-2}{\sqrt{x-4}+\sqrt{y-2}}=0$$

$$\Leftrightarrow (x-y-2)\left(\frac{x+y-2}{\sqrt{x^2-y^2+4}+2\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{x-4}+\sqrt{y-2}}\right)=0\Leftrightarrow x-y-2=0$$



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Thay vào (2) ta được $\sqrt{y(9-y)}+\sqrt{y(4-y)}=6$

Áp dụng BĐT Bunhiacopxki ta có:

$$\left(\sqrt{y}.\sqrt{9-y}+\sqrt{4-y}.\sqrt{y}\right)^2\le(y+4-y)(9-y+y)=36\Rightarrow\sqrt{y(9-y)}+\sqrt{y(4-y)}\le 6$$

Dấu bằng xảy ra khi $\frac{y}{9-y}=\frac{4-y}{y}\Leftrightarrow y=\frac{36}{13}\Rightarrow x=\frac{62}{13}$(thỏa mãn)

Kết luận: Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)=\left(\frac{62}{13};\frac{36}{13}\right)$

Bài 22. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\sqrt{x^2+x+y-1}+\sqrt{y}=x+\sqrt{1-x}\,(1)\\ \sqrt{y^2+x}+\frac{1}{y+1}=\frac{x+2y+4}{4}(2)\end{cases}$ với $x\ge 0$

Bài giải chi tiết

Điều kiện: $\begin{cases}x^2+x+y-1\ge 0\\ x+y^2\ge 0\\ y\ge 0\end{cases}$

$$(1)\Leftrightarrow\sqrt{x^2+x+y-1}-x+\sqrt{y}-\sqrt{1-x}=0\Leftrightarrow\frac{x+y-1}{\sqrt{x^2+x+y-1}+x}+\frac{y+x-1}{\sqrt{y}+\sqrt{1-x}}=0$$

$$\Leftrightarrow(x+y-1)\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+x+y-1}+x}+\frac{1}{\sqrt{y}+\sqrt{1-x}}\right)=0\Leftrightarrow x+y-1=0\ \text{(Do } x\ge 0\text{)}$$

Thay vào (2) ta được: $\sqrt{y^2-y-1}+\frac{1}{y+1}=\frac{y+5}{4}$

THẦY QUANG BABY

Tất cả vì học sinh thân yêu



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Ta có: $\sqrt{y^2-y-1}\geq\dfrac{y+1}{2}$ với $y\geq 0$

Thật vậy: $\left(y^2-y-1\right)^2-\left(\dfrac{y+1}{2}\right)^2=\dfrac{3}{16}(y-1)^2\left(5y^2-2y+5\right)\geq 0$

Suy ra $\sqrt{y^2-y+1}\geq\dfrac{y+1}{2}(3)$

Áp dụng BĐT Cauchy ta có: $\dfrac{y+1}{4}+\dfrac{1}{y+1}\geq 1(4)$

Cộng vế tương ứng (3), (4) rồi rút gọn ta được: $\sqrt{y^2-y+1}+\dfrac{1}{y+1}\geq\dfrac{y+5}{4}$

Dấu "=" xảy ra khi $y=1\Leftrightarrow x=0$ (Thỏa mãn)

Kết luận: Vậy hệ có nghiệm duy nhất $(0;1)$

Bài 23. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}2x^2+y+\sqrt{x-y}=x+xy+y^2\\ \sqrt{x-1}+\sqrt{x+y}=x^2-1\end{cases}$

Bài giải chi tiết

Điều kiện: $\begin{cases}x\geq 1\\ x-y\geq 0\\ x+y\geq 0\end{cases}$

Từ (1) ta có: $x-y-\sqrt{x-y}-2x^2+xy+y^2=0\Leftrightarrow(x-y)-\sqrt{x-y}-(x-y)(2x+y)=0$

$\Leftrightarrow(x-y)\left(1-\dfrac{1}{\sqrt{x-y}}-2x-y\right)=0\Leftrightarrow x=y$ (Do $1-\dfrac{1}{\sqrt{x-y}}-2x-y<1-2x<0$)



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Thay vào (2) ta được: $\sqrt{x-1}+\sqrt{2x}=x^2-1 \Leftrightarrow \left(\sqrt{x-1}-1\right)+\left(\sqrt{2x}-2\right)=x^2-4$

$\Leftrightarrow (x-2)\left[\frac{1}{\sqrt{x-1}+1}+\frac{2}{\sqrt{2x}+2}-(x+2)\right]=0 \Leftrightarrow x=2$

(Do $\frac{1}{\sqrt{x-1}+1}+\frac{2}{\sqrt{2x}+2}-(x+2)<1+1-x-2=-x<0$)

Với $x=2 \Rightarrow y=2$ (Thỏa mãn)

Kết luận: Vậy hệ có nghiệm duy nhất $(x;y)=(2;2)$

Bài 24. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\sqrt{y+2x-1}+\sqrt{1-y}=y+2\\ x\sqrt{x}=\sqrt{y(x-1)}+\sqrt{x^2-y}\end{cases}$

Bài giải chi tiết

Điều kiện: $\begin{cases}y+2x-1\ge 0\\ y\le 1\\ x\ge 0\\ y(x-1)\ge 0\\ x^2-y\ge 0\end{cases}$

(2) tương đương với $\sqrt{xy-y}+\sqrt{x^2-y}=x\sqrt{x}\,(3)$

Ta có: $\sqrt{xy-y}-\sqrt{x^2-y}=\frac{xy-x^2}{\sqrt{xy-y}+\sqrt{x^2-y}}=\frac{xy-x^2}{x\sqrt{x}}=\frac{y-x}{\sqrt{x}}(4)$

Cộng vế (3) với (4) ta được: $2\sqrt{xy-y}=x\sqrt{x}+\frac{y-x}{\sqrt{x}}=\frac{x^2-x+y}{\sqrt{x}}$



THẦY QUANG BABY

Tất cả vì học sinh thân yêu

TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{y\left(x^2-x\right)}=x^2-x+y \Rightarrow 4y\left(x^2-x\right)=\left(x^2-x+y\right)^2 \Leftrightarrow \left(x^2-x-y\right)^2=0 \Leftrightarrow y=x^2-x$$

Thay vào (1) ta được: $\sqrt{x^2+x-1}+\sqrt{-x^2+x+1}=x^2-x+2$

Áp dụng BĐT Cauchy ta có:

$$\sqrt{x^2+x-1}\le\frac{x^2+x-1+1}{2}=\frac{x^2+x}{2}$$

$$\sqrt{-x^2+x+1}\le\frac{-x^2+x+1+1}{2}=\frac{-x^2+x+2}{2}$$

Cộng vế ta được: $x^2-x+2\le\frac{x^2+x}{2}+\frac{-x^2+x+2}{2}=x+1$

$\Rightarrow (x-1)^2\le 0 \Leftrightarrow x=1 \Leftrightarrow y=0$ (thỏa mãn)

Kết luận: Vậy hệ có nghiệm duy nhất $(x,y)=(1;0)$

Bài 25. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x\sqrt{x}+xy^2+\sqrt{x^2-y}=2\sqrt{x(y+1)}+y^2\sqrt{y+1}+1 \ (1) \\ \sqrt{2y-x+5}+y+1=x+\sqrt{21x-17} \ \ (2) \end{cases}$

Bài giải chi tiết

Điều kiện: $\begin{cases} x\ge 1 \\ 2y-x+5\ge 0 \\ y\ge -1 \end{cases}$

$$(1)\Leftrightarrow \left(x-\sqrt{y+1}\right)\left(2\sqrt{x}+y^2\right)+\left(\sqrt{x^2-y}-1\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\left(2\sqrt{x}+y^2\right)\left(x^2-y-1\right)}{x+\sqrt{y+1}}+\frac{x^2-y-1}{\sqrt{x^2-y}+1}=0 \Leftrightarrow \left(x^2-y-1\right)\left(\frac{2\sqrt{x}+y^2}{x+\sqrt{y+1}}+\frac{1}{\sqrt{x^2-y}+1}\right)=0$$



$$\Leftrightarrow x^2 = y+1$$

Thay vào (2) ta được $\sqrt{2x^2-x+3}+x^2-x-\sqrt{21x-17}=0$

$\Leftrightarrow \sqrt{2x^2-x+3}-(x+1)+x^2-3x+2+(3x-1)-\sqrt{21x-17}=0$

$\Leftrightarrow (x^2-3x+2)\left(1+\dfrac{1}{\sqrt{2x^2-x+3}+x+1}+\dfrac{9}{3x-1+\sqrt{21x-17}}\right)=0$

Do $x \geq \dfrac{17}{21} \Rightarrow x > \dfrac{1}{3} \Rightarrow 1+\dfrac{1}{\sqrt{2x^2-x+3}+x+1}+\dfrac{9}{3x-1+\sqrt{21x-17}}>0$

Suy ra phương trình có nghiệm $\left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$

Kết luận: Vậy hệ đã cho có các nghiệm $(x,y)=(1;0),(2;3)$

Bài 26. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 4x^2+8y^2-10x+9y=y\sqrt{6(x+1)}-5 \quad (1) \\ \sqrt{1-x}-\sqrt{\dfrac{x^2+1}{x}}=\dfrac{1}{y}\sqrt{x(y^2+1)}+\sqrt{-\dfrac{x(1+y)}{y}} \quad (2) \end{cases}$

Bài giải chi tiết

Điều kiện: $\begin{cases} 0<x\leq 1 \\ -1\leq x<0 \end{cases}$

Phương trình (2) tương đương với: $\sqrt{\dfrac{1-x}{x}}-\sqrt{\dfrac{x^2+1}{x^2}}=-\sqrt{\dfrac{y^2+1}{y^2}}+\sqrt{-\dfrac{1+y}{y}}$



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

$$\Leftrightarrow\left(\sqrt{\frac{1-x}{x}}-\sqrt{-\frac{1+y}{y}}\right)-\left(\sqrt{\frac{y^2+1}{y^2}}+\sqrt{\frac{x^2+1}{x^2}}\right)=0\Leftrightarrow\frac{\frac{x+y}{xy}}{\sqrt{\frac{1-x}{x}}+\sqrt{-\frac{1+y}{y}}}-\frac{\frac{(x-y)(x+y)}{x^2y^2}}{\sqrt{\frac{y^2+1}{y^2}}+\sqrt{\frac{x^2+1}{x^2}}}=0$$

$$\Leftrightarrow\frac{x+y}{xy}\left(\frac{1}{\sqrt{\frac{1-x}{x}}+\sqrt{-\frac{1+y}{y}}}+\frac{x-y}{\sqrt{\frac{y^2+1}{y^2}}+\sqrt{\frac{x^2+1}{x^2}}}\right)=0\Leftrightarrow x+y=0\Leftrightarrow x=-y$$

Thay vào (2) ta được: $12x^2-19x+5=-x\sqrt{6(x+1)}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}-x(12x^2-19x+5)\ge 0\\(12x^2-19x+5)^2=x^2(6x+6)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-x(12x^2-19x+5)\ge 0\\(2x-1)(3x-5)(24x^2-25x+5)=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{1}{2}\Rightarrow y=-\frac{1}{2}\\x=\frac{25+\sqrt{145}}{48}\Rightarrow y=-\frac{25+\sqrt{145}}{48}\end{array}\right.$$

Kết luận: Vậy hệ đã cho có các nghiệm $(x,y)=\left(\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right);\left(\frac{25+\sqrt{145}}{48};-\frac{25+\sqrt{145}}{48}\right)$

Bài 27. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\sqrt{xy+(x-y)(\sqrt{xy}-2)}+\sqrt{x}=y+\sqrt{y} & (1)\\(x+1)\left[y+\sqrt{xy}+x(1-x)\right]=4 & (2)\end{cases}$

Bài giải chi tiết

Điều kiện: $x,y\ge 0$

THẦY QUANG BABY
Tất cả vì học sinh thân yêu



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Nhận thấy $x=y=0$ không thỏa mãn (2) nên ta có $\sqrt{x}+\sqrt{y}=0$

Phương trình (1) tương đương với $\sqrt{xy+(x-y)(\sqrt{xy}-2)}+\sqrt{x}-y-\sqrt{y}=0$

$$\Leftrightarrow \frac{xy+(x-y)(\sqrt{xy}-2)-y^2}{\sqrt{xy+(x-y)(\sqrt{xy}-2)}+y}+\frac{x-y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}=0 \Leftrightarrow \frac{(x-y)(\sqrt{xy}-2+y)}{\sqrt{xy+(x-y)(\sqrt{xy}-2)}+y}+\frac{x-y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}=0$$

$$\Leftrightarrow (x-y)\left[\frac{\sqrt{xy}-2+y}{\sqrt{xy+(x-y)(\sqrt{xy}-2)}+y}+\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}\right]=0 \ (3)$$

Ta có phương trình (2) tương đương với $y+\sqrt{xy}=\frac{4}{x+1}+x^2-x$

Ta có: $\frac{4}{x+1}+x^2-x-2=\frac{4+(x+1)(x^2-x-2)}{x+1}=\frac{(x+2)(x-1)^2}{x+1}\geq 0$ với $x\geq 0$

Suy ra: $\sqrt{xy}-2+y\geq 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{xy}-2+y}{\sqrt{xy+(x-y)(\sqrt{xy}-2)}+y}+\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}>0$

Nên $(3)\Leftrightarrow x=y$ thay vào (2) ta được $(x+1)(3x-x^2)=4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\Rightarrow y=1 \\ x=\frac{1+\sqrt{17}}{4}\Rightarrow y=\frac{1+\sqrt{17}}{4}\end{array}\right.$

Kết luận: Vậy hệ đã cho có các nghiệm $(x,y)=(1;1),\left(\frac{1+\sqrt{17}}{4};\frac{1+\sqrt{17}}{4}\right)$

Bài 28: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \sqrt{x^2-x-y}.\sqrt[3]{x-y}=y \\ \sqrt[4]{(x-2)(4-x)}+\sqrt[4]{y-1}+\sqrt[4]{3-y}+6(y+1)\sqrt{3x}=x^3+30 \end{cases}$

THẦY QUANG BABY

Tất cả vì học sinh thân yêu



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Bài giải chi tiết

Điều kiện: $\begin{cases} x^2 - x - y \ge 0 \\ 2 \le x \le 4 \\ 1 \le y \le 3 \end{cases}$

Phương trình (1) tương đương với: $\left(\sqrt{x^2-x-y}.\sqrt[3]{x-y}-\sqrt{x^2-x-y}\right)+\left(\sqrt{x^2-x-y}-y\right)=0$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2-x-y}\left(\sqrt[3]{x-y}-1\right)+\left(\sqrt{x^2-x-y}-y\right)=0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x^2-x-y}\,(x-y-1)}{\sqrt[3]{(x-y)^2}+\sqrt[3]{x-y}+1}+\frac{(x-y-1)(x+y)}{\sqrt{x^2-x-y}+y}=0$$

$$\Leftrightarrow (x-y-1)\left[\frac{\sqrt{x^2-x-y}}{\left(\sqrt[3]{x-y}+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}}+\frac{x+y}{\sqrt{x^2-x-y}+y}\right]=0 \Leftrightarrow x=y+1$$

Thay vào (2) ta được: $\sqrt[4]{(x-2)(4-x)}+\sqrt[4]{x-2}+\sqrt[4]{4-x}+6x\sqrt{3x}=x^3+30$

Áp dụng BĐT Cauchy ta có: $\begin{cases} \sqrt[4]{(x-2)(4-x)} \le \sqrt{\dfrac{x-2+4-x}{2}}=1 \\ 6x\sqrt{3x}=2\sqrt{27x^3}\le x^3+27 \\ \sqrt[4]{x-2}=1.1.1.\sqrt[4]{x-2}\le \dfrac{1+1+1+x-2}{4}=\dfrac{x+1}{4} \\ \sqrt[4]{4-x}=1.1.1\sqrt[4]{4-x}\le \dfrac{1+1+1+4-x}{4}=\dfrac{7-x}{4} \end{cases}$

Từ các BĐT trên ta được: $\sqrt[4]{(x-2)(4-x)}+\sqrt[4]{x-2}+\sqrt[4]{4-x}+6x\sqrt{3x}\le x^3+30$

Dấu bằng xảy ra khi $x=3 \Rightarrow y=2$

Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất $(x,y)=(3;2)$

Facebook cá nhân : https://www.facebook.com/quang.manngoc

THẦY QUANG BABY

Tất cả vì học sinh thân yêu



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Bài 29: Giải hệ phương trình: $\begin{cases}(x-y)\left(\sqrt{2y+3}+1\right)+\sqrt{x+y+4}+1=0\\ 2x^3+5x^2+4x+1=x(x+y+4)\sqrt{x^2+\dfrac{1}{x}}\end{cases}$

Bài giải chi tiết

Điều kiện: $\begin{cases}y\ge -\dfrac{3}{2}\\ x+y+4\ge 0\\ x^2+\dfrac{1}{x}\ge 0\end{cases}$

Phương trình (1) tương đương với: $x-y+1+\sqrt{x+y+4}+(x-y)\sqrt{2y+3}=0$

$$\Leftrightarrow x-y+1+\sqrt{x+y+4}-\sqrt{2y+3}+(x-y+1)\sqrt{2y+3}=0$$

$$\Leftrightarrow x-y+1+\frac{x-y+1}{\sqrt{x+y+4}+\sqrt{2y+3}}+(x-y+1)\sqrt{2y+3}=0$$

$$\Leftrightarrow (x-y+1)\left(1+\frac{1}{\sqrt{x+y+4}+\sqrt{2y+3}}+\sqrt{2y+3}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow x-y+1=0\Leftrightarrow y=x+1$$

Thay vào (2) ta được: $2x^3+5x^2+4x+1=x(2x+5)\sqrt{x^2+\dfrac{1}{x}}$

$$\Leftrightarrow 2x^2+\frac{1}{x}+5x+4=(2x+5)\sqrt{x^2+\frac{1}{x}}\Leftrightarrow x^2+\frac{1}{x}-2x\sqrt{x^2+\frac{1}{x}}+x^2-5\sqrt{x^2+\frac{1}{x}}+5x+4=0$$



$$\Leftrightarrow\left(\sqrt{x^2+\frac{1}{x}}-x\right)^2-5\left(\sqrt{x^2+\frac{1}{x}}-x\right)+4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{x^2+\frac{1}{x}}-x=1\\ \sqrt{x^2+\frac{1}{x}}-x=4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\Rightarrow y=0\\ x=\frac{1}{2}\Rightarrow y=\frac{3}{2}\\ x=\frac{-4-3\sqrt{2}}{4}\Rightarrow y=-\frac{3\sqrt{2}}{4}\\ x=\frac{-4+3\sqrt{2}}{4}\Rightarrow y=\frac{3\sqrt{2}}{4}\end{array}\right.$$

Bài 30: Giải hệ phương trình: $\begin{cases}(x+2y)(x-y-1)+\sqrt{2x^2+3xy+4y^2}=0 \ (1)\\ 3\sqrt{3x-2}+4\sqrt{2x+y-2}=5\sqrt[3]{x+5y+2}-3 \ (2)\end{cases}$

Bài giải chi tiết

Điều kiện: $\begin{cases}2x^2+3xy+4y^2\geq 0\\ x\geq\frac{2}{3}\\ 2x+y\geq 2\end{cases}$

Phương trình (1) tương đương với:

$$(x+2y)(x-y)+\sqrt{2x^2+3xy+4y^2}-(x+2y)=0$$

$$\Leftrightarrow(x-y)(x+2y)+\frac{x(x-y)}{\sqrt{2x^2+3xy+4y^2}+x+2y}=0$$

$$\Leftrightarrow(x-y)\left(x+2y+\frac{x}{\sqrt{2x^2+3xy+4y^2}+x+2y}\right)=0(3)$$

Từ (2) ta có: $5\sqrt[3]{x+5y+2}\geq 3\Rightarrow\sqrt[3]{x+5y+2}\geq\frac{3}{5}\Rightarrow x+5y+2>0$



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Mà $2x+y\geq 2\Rightarrow (x+5y+2)+(2x+y)>2\Rightarrow 3(x+2y)>0\Rightarrow x+2y>0$

Nên $(3)\Leftrightarrow x-y=0\Leftrightarrow x=y$ thay vào (2) ta được: $7\sqrt{3x-2}=5\sqrt[3]{6x+2}-3$

Đặt $a=\sqrt[3]{6x+2}, b=\sqrt{3x-2}\,(a,b\geq 0)$ ta được:

$$\begin{cases}7b=5a-3\\ a^3-2b^2=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=\dfrac{5a-3}{7}\\ a^3-2\left(\dfrac{5a-3}{7}\right)^2-6=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\ b=1\end{cases}\Leftrightarrow x=1\Rightarrow y=1 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $(x;y)=(1;1)$

Bài 31: Giải hệ phương trình: $\begin{cases}2\sqrt{2x^3+4x^2+x^2y^2+2xy^2}+\sqrt{2x^2+xy^2}=\left(2x+4+\sqrt{x+2}\right)y\\ \dfrac{x-2}{y}+\sqrt{x-2}=\sqrt{8-\dfrac{35}{y}+\dfrac{38}{y^2}}+\sqrt{8y-19}\end{cases}$

Bài giải chi tiết

Điều kiện: $\begin{cases}x\geq 2\\ y\geq \dfrac{19}{8}\end{cases}$

Phương trình (1) tương đương với:

$$2\left[\sqrt{2x^3+4x^2+x^2y^2+2xy^2}-(xy+2y)\right]+\left(\sqrt{2x^2+xy^2}-y\sqrt{x+2}\right)=0$$

$$\frac{-4(y-x)(x+y)(x+2)}{\sqrt{2x^3+4x^2+x^2y^2+2xy^2}+xy+2y}+\frac{-2(y-x)(y+x)}{\sqrt{2x^2+xy^2}+y\sqrt{x+2}}=0$$



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

$$\Leftrightarrow (x-y)(x+y)\left[\frac{4(x+2)}{\sqrt{2x^3+4x^2+x^2y^2+2xy^2}+xy+2y}+\frac{2}{\sqrt{2x^2+xy^2}+y\sqrt{x+2}}\right]=0 \Leftrightarrow x=y$$

Thay vào (2) ta được: $\frac{x-2}{2}+\sqrt{x-2}=\sqrt{8-\frac{35}{x}+\frac{38}{x^2}}+\sqrt{8x-19}$

$$\Leftrightarrow x-2+x\sqrt{x-2}=\sqrt{8x^2-35x+38}+x\sqrt{8x-19}$$

$$\Leftrightarrow x\left(\sqrt{8x-19}-\sqrt{x-2}\right)+\sqrt{8x^2-35x+38}-(x-2)=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x(7x-17)}{\sqrt{8x-19}+\sqrt{x-2}}+\frac{(x-2)(7x-17)}{\sqrt{8x^2-35x+38}+x-2}=0$$

$$\Leftrightarrow (7x-17)\left(\frac{x}{\sqrt{8x-19}+\sqrt{x-2}}+\frac{x-2}{\sqrt{8x^2-35x+38}+x-2}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{17}{7}\text{ (do } x\ge 2\text{)} \Rightarrow y=\frac{17}{7}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $(x,y)=\left(\frac{17}{7};\frac{17}{7}\right)$

THẦY QUANG BABY

Tất cả vì học sinh thân yêu



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

PHƯƠNG PHÁP ĐẶT ẨN PHỤ

Câu 1 : Giải HPT : $\begin{cases}(x^2+1)y^4+1=2xy^2(y^3-1)\\ xy^2(3xy^4-2)=xy^4(x+2y)+1\end{cases}$

Thế $1=xy^2(3xy^4-2)-xy^4(x+2y)$ vào PT (2) ta được

: $y^4(1+3x^2y^2-4xy)=0$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} y=0 \\ xy=1 \\ xy=\dfrac{1}{3}\end{array}\right.$$

Thấy $y=0$ không phải nghiệm của hệ

Với $xy=1 \Rightarrow y^2+y^4+1=2y^4-2y \Leftrightarrow (y^2-y-1)(y^2+y+1)=0$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} y=\dfrac{\sqrt{5}+1}{2} \Rightarrow x=\dfrac{2}{\sqrt{5}+1} \\ y=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow x=\dfrac{2}{1-\sqrt{5}}\end{array}\right.$$

Với $xy=\dfrac{1}{3} \Rightarrow \dfrac{y^2}{9}+y^4+1=\dfrac{2y^4}{3}-\dfrac{2y}{3} \Leftrightarrow \dfrac{y^4}{3}+\dfrac{y^2}{9}+\dfrac{2y}{3}+1>0\forall y$



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Câu 2: Giải HPT : $\begin{cases} x+y^3=2xy^2 & (1) \\ x^3+y^9=2xy^4 & (2) \end{cases}$

PT(2) $\Leftrightarrow (x+y^3)\left(x^2-xy^3+y^3\right)=2xy^4$

$\Leftrightarrow 2xy^2\left(x^2-xy^3+y^3\right)=2xy^4$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=y=0 \\ x^2-xy^3+y^6-y^2=0 \quad (*) \end{array}\right.$

(*) $\Leftrightarrow \left(x+y^3\right)^2-3xy^3-y^2=0$

$\Leftrightarrow 4xy^4-3xy^3-y^2=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=y=0 \\ xy=1 \\ xy=-\dfrac{1}{4} \end{array}\right.$

Với xy=1 $\Rightarrow x=\dfrac{1}{y}$

(1) $\Leftrightarrow y^4-2y^2+1=0 \Leftrightarrow y=\pm 1 \Leftrightarrow x=\pm 1$

Với $xy=-\dfrac{1}{4} \quad \Rightarrow \text{x}=-\dfrac{1}{4y}$

(1) $\Leftrightarrow 4y^4+2y^2-1=0$



$\Leftrightarrow y^2 = \dfrac{\sqrt{5}-1}{4} \quad \Rightarrow \text{ y} = \pm\dfrac{\sqrt{\sqrt{5}-1}}{2} \quad \Rightarrow \text{ x} = \mp\dfrac{1}{2\sqrt{\sqrt{5}-1}}$

Vậy hệ có nghiệm (x;y) = (0;0), $(\pm1;\pm1)$, $\left(\mp\dfrac{1}{2\sqrt{\sqrt{5}-1}};\pm\dfrac{\sqrt{\sqrt{5}-1}}{2}\right)$

Câu 3. Giải HPT : $\begin{cases} 6x^4-(x^3-x)y^2-(y+12)x^2+6=0 \\ 5x^4-(x^2-1)^2y^2-11x^2+5=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 6(x^2-1)^2 = xy^2(x^2-1)+x^2y \\ 5(x^2-1)^2 = x^2+(x^2-1)^2y^2 \end{cases}$

Dễ thấy x=y=0 không phải là nghiệm của hệ.

Ta có: $\begin{cases} 6\dfrac{(x^2-1)^2}{x^2y^2} = \dfrac{x^2-1}{x}+\dfrac{1}{y} & (*) \\ 5\dfrac{(x^2-1)^2}{x^2y^2} = \dfrac{1}{y^2}+\dfrac{(x^2-1)^2}{x^2} \end{cases}$

Đặt $\begin{cases} \dfrac{x^2-1}{x} = a \\ \dfrac{1}{y} = b \end{cases} \quad (a,b \neq 0)$



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Hệ trở thành: $\begin{cases} 6a^2b^2 = a+b \\ 5a^2b^2 = a^2+b^2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow 36a^4b^4 = 2ab + 5a^2b^2 \Leftrightarrow ab = \frac{1}{2}$

Với $ab = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{x^2-1}{xy} = \frac{1}{2}$

(*) $\Leftrightarrow \frac{3}{2} = \frac{y}{2} + \frac{1}{y} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=1 \\ y=2 \end{array}\right. \quad \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{1\pm\sqrt{17}}{4} \\ x = \frac{1\pm\sqrt{5}}{2} \end{array}\right.$

Vậy hệ có nghiệm (x;y) = $\left(\frac{1\pm\sqrt{17}}{4};1\right), \left(\frac{1\pm\sqrt{5}}{2};2\right)$

THẦY QUANG BABY

Tất cả vì học sinh thân yêu



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Câu 4 : Giải HPT : $\begin{cases}(4x^2-4xy+4y^2-51)(x-y)^2+3=0\\(2x-7)(x-y)+1=0\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\left[3(x-y)^2+(x+y)^2-51\right](x-y)^2+3=0\\\left[(x+y)+(x-y)-7\right](x-y)+1=0\end{cases}$$

Đặt

$$\begin{cases}x+y=a\\x-y=b\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}3b^4+a^2b^2-51b^2+3=0\\(a+b-7)+1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{-b^2+7b-1}{b}\\(b^2-4b+1)(2b^2-b+2)=0\end{cases}$$

$$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}b=2+\sqrt{3}\\a=3\end{cases}\\\begin{cases}b=2-\sqrt{3}\\a=3\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x+y=3\\x-y=2+\sqrt{3}\end{cases}\\\begin{cases}x+y=3\\x-y=2-\sqrt{3}\end{cases}\end{array}\right.$$

Câu 5 : Giải HPT : $\begin{cases}3x^3+5y^3-2xy=6\\2x^3+3y^3+3xy=8\end{cases}$

Rút lần lượt x^3,y^3 theo xy ta được :

$$\begin{cases}x^3=22-21xy\\y^3=13xy-12\end{cases}\Rightarrow x^3y^3=(22-21xy)(13xy-12)\Rightarrow xy=1\Rightarrow\begin{cases}3x^3+5y^3=8\\2x^3+3y^3=5\end{cases}$$

$$\Rightarrow x=y=1$$

Đoạn giải PT bậc 3 ẩn xy có 2 nghiệm rất lẻ không biết có phải do đề không ạ...



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Câu 6:Giải HPT : $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{2y}=2\left(x^2+y^2\right) & (1) \\ \dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{2y}=y^2-x^2 & (2) \end{cases}$

ĐK: $x, y \neq 0$

$(1)-(2) \quad \Rightarrow \quad y^3+3x^2y=1$

$(1)+(2) \quad \Rightarrow \quad x^3+3xy^2=2$

Ta có hệ mới: $\begin{cases} x^3+3xy^2=2 \\ y^3+3x^2y=1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (x+y)^3=3 \\ (x-y)^3=1 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=\sqrt[3]{3} \\ x-y=1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{\sqrt[3]{3}+1}{2} \\ y=\dfrac{\sqrt[3]{3}-1}{2} \end{cases}$

Câu 7 : Giải HPT : $\begin{cases} x^2+xy+y^2=(x-y)^4 \\ x^2-xy+y^2=x-y \end{cases}$



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Đặt $\begin{cases} a = x + y \\ b = x - y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{3a^2}{4} + \dfrac{b^2}{4} = b^4 \\ \dfrac{a^2}{4} + \dfrac{3b^2}{4} = b \end{cases}$

Thế ta được : $b^4 - \dfrac{b^2}{4} - 3b + \dfrac{9b^2}{4} = 0 \Leftrightarrow b^3 + 2b^2 - 3b = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} b = 0 \\ b = 1 \\ b = -3 \end{array}\right.$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} b = 0 \\ a = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} b = 1 \\ a = 1 \end{cases} \\ \begin{cases} b = 1 \\ a = -1 \end{cases} \end{array}\right.$$

Câu 8: Giải HPT : $\begin{cases} x^2 - y^2 = \dfrac{3}{2y} - \dfrac{1}{x} \qquad (1) \\ (x + y)^3 = 5 \end{cases}$

ĐK: $x, y \neq 0$

PT(1) $\Leftrightarrow (x - y)(x + y) = \dfrac{x - y}{xy} + \dfrac{1}{2y}$



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Đặt $\begin{cases} x-y=a \\ x+y=b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y=b-a \\ xy=\dfrac{b^2-a^2}{4} \end{cases}$

Hệ trở thành: $\begin{cases} ab=\dfrac{4a}{b^2-a^2}+\dfrac{1}{b-a} \\ b^3=5 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} b^3a-a^3b=5a+b \\ b^3=5 \end{cases} \Leftrightarrow a^3b+b=0 \quad \Leftrightarrow a=-1$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=\sqrt[3]{5} \\ x-y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{\sqrt[3]{5}-1}{2} \\ y=\dfrac{\sqrt[3]{5}+1}{2} \end{cases}$

Câu 10: Giải HPT : $\begin{cases} \sqrt{x+\dfrac{1}{y}}+\sqrt{x+y-3}=3 \\ 2x+y+\dfrac{1}{y}=8 \end{cases}$

ĐK: $x+\dfrac{1}{y}\ge 0,\ x+y\ge 3,\ y\ne 0$



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Đặt $\begin{cases}\sqrt{x+\dfrac{1}{y}}=a\\ \sqrt{x+y-3}=b\end{cases}$ $a,b\geq 0$

Hệ đã cho trở thành: $\begin{cases}a+b=3\\ a^2+b^2=5\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a=1\\ b=2\end{cases}\quad(1)\\ \begin{cases}a=2\\ b=1\end{cases}\quad(2)\end{array}\right.$

$$(1)\Leftrightarrow\begin{cases}x+\dfrac{1}{y}=1\\ x+y=7\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=4-\sqrt{10}\\ y=3+\sqrt{10}\end{cases}\\ \begin{cases}x=4+\sqrt{10}\\ y=3-\sqrt{10}\end{cases}\end{array}\right.$$

$$(2)\Leftrightarrow\begin{cases}x+\dfrac{1}{y}=4\\ x+y=4\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=3\\ y=1\end{cases}\\ \begin{cases}x=5\\ y=-1\end{cases}\end{array}\right.$$

Câu 11: Giải HPT $\begin{cases}\dfrac{x}{x^2-y}+\dfrac{5y}{x+y^2}=4 & (1)\\ 5x+y+\dfrac{x^2-5y^2}{xy}=5 & (2)\end{cases}$



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

ĐK: $x^2 - y \neq 0,\ x+y^2 \neq 0,\ xy \neq 0$

PT(1) $\Leftrightarrow x^2 - 5y^2 + xy^2 + 5x^2y = 4(x^2 - y)(x + y^2)$

$\Leftrightarrow \dfrac{x}{y} - \dfrac{5y}{x} + y + 5x = 4\left(x - \dfrac{y}{x}\right)\left(\dfrac{x}{y} + y\right)$

Đặt $\begin{cases} y + \dfrac{x}{y} = a \\ x - \dfrac{y}{x} = b \end{cases}$ Hệ đã cho trở thành: $\begin{cases} a + 5b = 5 \\ a + 5b = 4ab \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{5}{2} \\ b = \dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y + \dfrac{x}{y} = \dfrac{5}{2} \\ x - \dfrac{y}{x} = \dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y^2 + 2x = 5y \\ 2x^2 - 2y = x \end{cases}$

$\Leftrightarrow 3(x-y) - 2(x-y)(x+y) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = y = \dfrac{3}{2} \\ 2x + 2y = 3 \quad (*) \end{array}\right.$

(*) $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 1 \\ y = \dfrac{1}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} x = -\dfrac{3}{2} \\ y = 3 \end{cases} \end{array}\right.$



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Câu 12 : Giải HPT : $\begin{cases}\sqrt{7x+y}+\sqrt{2x+y}=5\\ \sqrt{2x+y}+x-y=2\end{cases}$

Đặt $\begin{cases}a=\sqrt{2x+y}\\ b=\sqrt{7x+y}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}5x=b^2-a^2\\ 5y=7a^2-2b^2\end{cases}$

Ta có hệ mới :

$$\begin{cases}a+b=5\\ 5a+b^2-a^2-(7a^2-2b^2)=10\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a+b=5\\ 3(5-a)^2-8a^2+5a=10\end{cases}$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}b=5-a\\ a=\dfrac{-5+\sqrt{77}}{2}\end{cases}\\ \begin{cases}b=5-a\\ a=\dfrac{-5-\sqrt{77}}{2}\end{cases}\end{array}\right.$$ (Bài này không hiểu sao ra lẻ vậy)



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Câu 13: $\begin{cases} x\sqrt{1-y^2}+y\sqrt{1-x^2}=1 \\ (1-x)(1+y)=2 \end{cases}$

ĐK: $\sqrt{1-x^2}\geq 0, \sqrt{1-y^2}\geq 0$

PT(1) : $\left(x\sqrt{1-y^2}+y\sqrt{1-x^2}\right)\leq\sqrt{\left(x^2+1-x^2\right)\left(1-y^2+y^2\right)}=1$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \dfrac{x^2}{1-y^2}=\dfrac{y^2}{1-x^2}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=y \\ x^2+y^2=1 \end{array}\right.$

Với $x=y$ thay vào PT(2) không thỏa mãn.

Với $x^2+y^2=1$

PT(2) $\Leftrightarrow x-y+xy+1=0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2y^2+2xy+1=1-2xy$

$\Leftrightarrow \begin{cases} xy=0 \\ xy=-4 \end{cases}$ Ta giải được $\begin{cases} x=0 \\ y=1 \end{cases}$ thỏa mãn hệ.

Câu 13 : $\begin{cases} \sqrt{3x-2y}+3\sqrt{8+x-y}=10 \\ \sqrt{8+x-y}-2\sqrt{4-2x+y}=1 \end{cases}$

Đặt $\begin{cases} \sqrt{3x-2y}=a \\ \sqrt{8+x-y}=b \end{cases}\Rightarrow \sqrt{4-2x+y}=\sqrt{b^2-a^2-4}$ .Ta có hệ mới :



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

$$\begin{cases} a+3b=10 \\ b-2\sqrt{b^2-a^2-4}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=10-3b \\ b-1=2\sqrt{b^2-(10-3b)^2-4} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=10-3b \\ b=\dfrac{121+4\sqrt{55}}{33} \end{cases} \\ \begin{cases} a=10-3b \\ b=\dfrac{121-4\sqrt{55}}{33} \end{cases} \end{array}\right.$$

(Lại một bài lẻ khủng khiếp…)

Câu 14 : Giải HPT : $\begin{cases} \sqrt{x^2+2x+6}=y+1 \\ x^2+xy+y^2=7 \end{cases}$

PT(1) $\Leftrightarrow x^2+2x+6=y^2+2y+1$ (3)

Lấy $(3)-(2)=2y^2+(x+2)y-2x-12=0 \Leftrightarrow (y-2)(2y+x+6)=0$

Với $y=2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-3 \end{array}\right.$

Với $x=-2y-6 \Rightarrow (2y+6)^2-(2y+6)y+y^2=7 \Leftrightarrow 3y^2+18y+29>0 \forall y$

Câu 15: Giải HPT $\begin{cases} x^2+1+y(x+y)=4y \\ (x^2+1)(x+y-2)=y \end{cases}$

Thấy $y=0$ không phải là 1 nghiệm của phương trình.

THẦY QUANG BABY

Tất cả vì học sinh thân yêu



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Hệ $\Leftrightarrow \begin{cases} \left(\dfrac{x^2+1}{y}\right)+x+y=4 \\ \left(\dfrac{x^2+1}{y}\right)(x+y-2)=1 \end{cases}$ Đặt $\begin{cases} \dfrac{x^2+1}{y}=a \\ x+y=b \end{cases}$

Hệ đã cho trở thành: $\begin{cases} a+b=4 \\ a(b-2)=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+1=y \\ x+y=3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases} \\ \begin{cases} x=-2 \\ y=5 \end{cases} \end{array}\right.$

Câu 16:Giải HPT : $\begin{cases} \sqrt{x^2+2x+6}-y=1 \\ x^2+xy+y^2=7 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-y^2+2x-2y+5=0 \\ (x+y)^2=7+xy \end{cases}$ Đặt $\begin{cases} x-y=a \\ x+y=b \end{cases} \Rightarrow xy=\dfrac{b^2-a^2}{4}$

Hệ đã cho trở thành: $\begin{cases} ab+2a+5=0 \\ 3b^2+a^2=28 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\dfrac{5}{b+2} \\ 3b^2+\dfrac{25}{b^2+4b+4}=28 \end{cases}$



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -\dfrac{5}{b+2} \\ \left(b^2-2b-3\right)\left(3b^2+18b+29\right)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=-1 \\ b=3 \end{cases} \\ \begin{cases} a=-5 \\ b=-1 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x-y=-1 \\ x+y=3 \end{cases} \\ \begin{cases} x-y=-5 \\ x+y=-1 \end{cases} \end{array}\right.$$

Câu 17 : Giải HPT : $\begin{cases} (x-1)(y-1)(x+y-2)=6 \\ x^2+y^2-2x-2y-3=0 \end{cases}$

$$\begin{cases} x-1=a \\ y-1=b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ab(a+b)=6 \\ a^2+b^2=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ab(a+b)=6 \\ (a+b)^2-2ab=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 36-2a^3b^3-5a^2b^2=0 \\ ab(a+b)=6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ab=2 \\ a+b=3 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} b=2 \\ a=1 \end{cases} \\ \begin{cases} b=1 \\ a=2 \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x-1=1 \\ y-1=2 \end{cases} \\ \begin{cases} x-1=2 \\ y-1=1 \end{cases} \end{array}\right.$$



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Câu 18: $\begin{cases}(x-1)(y-1)(x+y-2)=6\\ x^2+y^2-2x-2y-3=0\end{cases}$

Đặt $\begin{cases}x-1=a\\ y-1=b\end{cases}$, hệ đã cho trở thành: $\begin{cases}ab(a+b)=6\\ a^2+b^2=5\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}(a+b)^2=\dfrac{36}{a^2b^2}\\ a^2+b^2=5\end{cases} \Leftrightarrow ab=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}a=2\\ b=1\end{cases}\\ \begin{cases}a=-2\\ b=-1\end{cases}\\ \begin{cases}a=1\\ b=2\end{cases}\\ \begin{cases}a=-1\\ b=-2\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x-1=2\\ y-1=1\end{cases}\\ \begin{cases}x-1=-2\\ y-1=-1\end{cases}\\ \begin{cases}x-1=1\\ y-1=2\end{cases}\\ \begin{cases}x-1=-1\\ y-1=-2\end{cases}\end{array}\right.$$

Câu 19 : Giải HPT : $\begin{cases}2x^2+xy=1\\ \dfrac{9x^2}{2(1-x)^4}=1+\dfrac{3xy}{2(1-x)^2}\end{cases}$

Dễ thấy $x=0$ không phải nghiệm của HPT $\Rightarrow x\neq 0 \Rightarrow y=\dfrac{1-2x^2}{x}$. Thế vào PT2 ta được :



THẦY QUANG BABY

Tất cả vì học sinh thân yêu

TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

$$\frac{9x^2}{2(1-x)^4}=1+\frac{3(1-2x^2)}{2(1-x)^2}$$

$$\Leftrightarrow 9x^2=2(1-x)^4+3(1-2x^2)(1-x)^2$$

$$\Leftrightarrow (2x^2+2x-1)(2x^2-4x+5)=0$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}\Rightarrow y=2 \\ x=\dfrac{-\sqrt{3}-1}{2}\Rightarrow y=2 \end{array}\right.$$

Câu 20 : Giải HPT : $\begin{cases} x^3y+x^3+xy+x=1 \\ 4x^3y^2+4x^3-8xy-17x=-8 \end{cases}$

Hệ $\Leftrightarrow \begin{cases} (xy+x)(x^2+1)=1 \\ 4x(xy+x)^2-8xy(x^2+1)-17x=-8 \end{cases}$

Đặt $\begin{cases} xy+x=a\Rightarrow xy=a-x \\ x^2+1=b \end{cases}$

Hệ trở thành : $\begin{cases} ab=1 \\ 4a^2+8b-17=0 \end{cases}$

$\Rightarrow (2a-1)(2a^2+2-8)=0$. Do $0<a=\frac{1}{b}\le 1\Rightarrow a=\frac{1}{2}\Rightarrow b=2$



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

$$\Rightarrow \begin{cases} xy + x = \dfrac{1}{2} \\ x^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 1 \\ y = \dfrac{-1}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} x = -1 \\ y = \dfrac{-3}{2} \end{cases} \end{array} \right.$$

Câu 21 : Giải HPT : $\begin{cases} x^2 + xy - 3x + y = 0 \\ x^4 + 3x^2y - 5x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$

Hệ $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y + xy - 3x = 0 \\ (x^2 + y)^2 + x^2y - 5x^2 = 0 \end{cases}$

Thế $x^2 + y = 3x - xy$ vào PT2 ta được

$$9x^2 + x^2y^2 - 6x^2y + x^2y - 5x^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2(y^2 - 5y + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \Rightarrow y = 0 \\ y = 1 \Rightarrow x = 1 \\ y = 4 \Rightarrow x^2 + x + 4 = 0 (L) \end{array} \right.$$

THẦY QUANG BABY

Tất cả vì học sinh thân yêu



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Câu 22 : Giải HPT : $\begin{cases} \dfrac{3}{x^2+y^2-1}+\dfrac{2y}{x}=1 \\ x^2+y^2-\dfrac{2x}{y}=4 \end{cases}$

Đặt $\begin{cases} x^2+y^2-1=a \\ \dfrac{x}{y}=b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{3}{a}+\dfrac{2}{b}=1 \\ a-2b=3 \end{cases} \Rightarrow$ giải PT bậc nhất cơ bản

Câu 23 : Giải HPT : $\begin{cases} x^2-y^2=\dfrac{3}{2y}-\dfrac{1}{x} \\ (x+y)^3=5 \end{cases}$

PT(1) $\Leftrightarrow (x+y)(x-y)=\dfrac{3x-2y}{2xy}$. Thế PT(2) vào PT(1) ta được :

$$\frac{5(x-y)}{(x+y)^2}=\frac{6x-4y}{4xy}=\frac{5(x-y)-(6x-4y)}{(x+y)^2-4xy}=\frac{-(x+y)}{(x-y)^2}$$

$$\Rightarrow 5(x-y)^3=-(x+y)^3=-5 \Rightarrow x-y=-1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-y=-1 \\ x+y=\sqrt[3]{5} \end{cases}$$

THẦY QUANG BABY

Tất cả vì học sinh thân yêu



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Câu 24 : Giải HPT : $\begin{cases} x^4 - 2x = y^4 - y \\ (x^2 - y^2)^3 = 3 \end{cases}$

Đặt : $\begin{cases} x + y = a \\ x - y = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{a+b}{2} \\ y = \dfrac{a-b}{2} \end{cases}$. Đặt kì diệu :

$c^3 = 3 \Rightarrow a^3b^3 = 3 = c^3 \Rightarrow ab = c$ .Khi đó :

$$x^4 - y^4 = (x-y)(x+y)(x^2+y^2) = ab\left[\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a-b}{2}\right)^2\right]$$

$$= 2x - y = a + b - \frac{a-b}{2} = \frac{a+3b}{2} = \frac{a+c^3b}{2}$$

$$\Rightarrow PT(1) \Leftrightarrow ab\left(\frac{a^2+b^2}{2}\right) = \frac{a+c^3b}{2} \Leftrightarrow c(a^2+b^2) = a + c^3b$$

Ta có hệ mới : $\begin{cases} c(a^2+b^2) = a + c^3b \\ ab = c \Rightarrow b = \dfrac{c}{a} \end{cases}$

$$\Rightarrow c(a^2 + \frac{c^2}{a^2}) = a + \frac{c^4}{a} \Leftrightarrow (ac-1)(a - \frac{c^3}{a^2}) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} ac = 1 \\ a = c \end{array}\right.$$



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Với $a=c:\Rightarrow\begin{cases}a=c=\sqrt[3]{3}\\ ab=c\Rightarrow b=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x+y=\sqrt[3]{3}\\ x-y=1\end{cases}$

Với $ac=1:\Rightarrow\begin{cases}a=\dfrac{1}{c}=\dfrac{1}{\sqrt[3]{3}}\\ b=c^2=\sqrt[3]{9}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x+y=\dfrac{1}{\sqrt[3]{3}}\\ x-y=\sqrt[3]{9}\end{cases}$

Câu 25 : Giải HPT : $\begin{cases}\dfrac{2xy+y\sqrt{x^2-y^2}}{14}=\sqrt{\dfrac{x+y}{2}}+\sqrt{\dfrac{x-y}{2}}\\ \sqrt{\left(\dfrac{x+y}{2}\right)^3}+\sqrt{\left(\dfrac{x-y}{2}\right)^3}=9\end{cases}$

Đặt $\begin{cases}\sqrt{\dfrac{x+y}{2}}=a\\ \sqrt{\dfrac{x-y}{2}}=b\end{cases}(a^3+b^3=9\Rightarrow a+b>0;a,b\geq 0)\Rightarrow\begin{cases}a^2+b^2=x\\ a^2-b^2=y\end{cases}$. Khi đó

hệ trở thành :

$$\begin{cases}\dfrac{2(a^2+b^2)(a^2-b^2)+(a^2-b^2)2ab}{14}=a+b\\ a^3+b^3=9\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}(a+b)\left[2(a^3-b^3)-14\right]=0\\ a^3+b^3=9\end{cases}$$



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^3 - b^3 = 7 \\ a^3 + b^3 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^3 = 8 \\ b^3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

Câu 26 : Giải HPT : $\begin{cases} \sqrt{x+1} + \sqrt{y+1} = 2 \\ \dfrac{72xy}{x-y} + 29\sqrt[3]{x^2 - y^2} = 4 \end{cases}$

Đặt $\begin{cases} x = \dfrac{a+b}{2} \\ y = \dfrac{a-b}{2} \end{cases}$. Hệ trở thành :

$$\begin{cases} \sqrt{\dfrac{a+b}{2}+1} + \sqrt{\dfrac{a-b}{2}+1} = 2 \\ \dfrac{18(a^2-b^2)}{b} + 29\sqrt[3]{ab} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{(a+2)^2 - b^2} = 2 - a \\ \dfrac{18(a^2-b^2)}{b} + 29\sqrt[3]{ab} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8a = b^2 \\ 9b^3 - 112b - 128 = 0 \\ a \le 2 \end{cases}$$



$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} b=4 \\ b=\dfrac{-4}{3} \Rightarrow a=\ldots \Rightarrow x=\ldots; y=\ldots \\ b=\dfrac{-8}{3} \end{array}\right.$$

Câu 26 : Giải HPT : $\begin{cases} x^2y^2+2y^2+4=7xy \\ x^2+2y^2+6y=3xy^2 \end{cases}$

Dễ thấy $y=0$ không phải nghiệm của hệ . Khi đó hệ tương đương :

$$\begin{cases} x^2-\dfrac{7x}{y}+2+\dfrac{4}{y^2}=0 \\ \left(\dfrac{x}{y}\right)^2+2+3\left(\dfrac{2}{y}-x\right)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\dfrac{2}{y}-x\right)^2-\dfrac{3x}{y}+2=0 \\ \left(\dfrac{x}{y}\right)^2+2+3\left(\dfrac{2}{y}-x\right)=0 \end{cases}$$

Đặt $\begin{cases} \dfrac{2}{y}-x=a \\ \dfrac{x}{y}=b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2-3b+2=0 \\ b^2+3a+2=0 \end{cases} \Rightarrow (a+b)(a-b-3)=0$

Với $a+b=0 \Rightarrow a^2+3a+2=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a=-1 \Rightarrow b=1 \\ a=-2 \Rightarrow b=2 \end{array}\right.$

Với $a-b=3 \Rightarrow a^2-3a+11=0$ (Loại)



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Câu 27 : Giải HPT : $\begin{cases} x^2+xy+y^2=3y-1 \\ x^3+x^2y=x^2-x+1 \end{cases}$

Dễ thấy $x=0$ không phải nghiệm của hệ .

$\Rightarrow x.(1)-(2)=0 \Leftrightarrow x^2+xy^2-3xy+1=0$ (3)

Lấy $(3)-(1)$ ta được : $xy^2-y^2-4xy+3y=0$

Xét thấy $x=1$ không phải nghiệm của hệ $\Rightarrow \left[\begin{array}{l} y=0 \\ y=\dfrac{4x-3}{x-1} \end{array}\right.$

Với $y=0$ thay vào không thỏa mãn hệ .

Với $y=\dfrac{4x-3}{x-1}$ thay vào (2) ta được :

$$(x^2+x-1)^2=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2} \Rightarrow y=\dfrac{5-\sqrt{5}}{2} \\ x=\dfrac{-\sqrt{5}-1}{2} \Rightarrow y=\dfrac{5+\sqrt{5}}{2} \end{array}\right.$$

Câu 28 : Giải HPT : $\begin{cases} (x+y+3)\sqrt{x-y}+2y+4=0 \\ (x-y)(x^2+4)=y^2+1 \end{cases}$

$$PT(1) \Leftrightarrow (\sqrt{x-y}+1)(x+y+4-\sqrt{x-y})=0 \Rightarrow \sqrt{x-y}=x+y+4$$

Thế $4=\sqrt{x-y}-x-y$ vào PT(2) ta được :

THẦY QUANG BABY

Tất cả vì học sinh thân yêu



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

$$(x-y)(x^2+\sqrt{x-y}-x-y)=y^2+1$$

$$\Leftrightarrow x^2(x-y-1)+(\sqrt{x-y})^3-1=0$$

$$\Leftrightarrow (x-y-1)(x^2+\frac{x-y+\sqrt{x-y}+1}{\sqrt{x-y}+1})=0$$

Ta được hệ mới : $\begin{cases} x-y=1 \\ x+y=\sqrt{x-y}-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \end{cases}$

Câu 29 : Giải HPT : $\begin{cases} x^2+2xy+y=0 \\ x^3+3xy+2\sqrt{y+1}(x+\sqrt{x^2y+2})=4 \end{cases}$

Thế $x^2+y=-2xy$ vào PT(2) ta được :

$$-2x^2y-x^2-y+2x\sqrt{y+1}+2\sqrt{y+1}\sqrt{x^2y+2}-4=0$$

$$\Leftrightarrow (x\sqrt{y+1}-1)^2+(\sqrt{x^2y+2}-\sqrt{y+1})^2=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x\sqrt{y+1}=1 \\ \sqrt{x^2y+2}=\sqrt{y+1} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2(y+1)=1 \\ x^2y+2=y+1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2y+2=3-x^2 \\ x^2y+2=y+1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2+y=2 \Rightarrow xy=-1$$



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Dễ thấy $x=0$ không phải nghiệm của hệ $\Rightarrow y=\frac{-1}{x}\Rightarrow x^2-\frac{1}{x}=2$

$$\Rightarrow\left[\begin{array}{l} x=-1\Rightarrow y=1 \\ x=\frac{\sqrt{5}+1}{2}\Rightarrow y=\frac{-2}{\sqrt{5}+1} \\ x=\frac{\sqrt{5}-1}{2}\Rightarrow y=\frac{2}{1-\sqrt{5}} \end{array}\right.$$

Đối chiếu điều kiện $\Rightarrow (x;y)=(-1;1);(\frac{\sqrt{5}+1}{2};\frac{-2}{\sqrt{5}+1})$

Câu 30 : Giải HPT : $\begin{cases}(2x-1)\sqrt{x+y}=(6-x-y)\sqrt{2-x} \\ 3x^2-4xy-7y^2=-72\end{cases}$

Xét thấy $x=2\Rightarrow\sqrt{2-x}=0\Leftrightarrow\sqrt{x+y}=0\Rightarrow y=-2$ không thỏa PT(2)

$\Rightarrow \sqrt{x+y},\sqrt{2-x}>0$

PT(1) $\Leftrightarrow \frac{6-(x+y)}{\sqrt{x+y}}=\frac{6-(8-4x)}{\sqrt{8-4x}}$

Xét hàm số $f(t)=\frac{6-t^2}{t}\Rightarrow f'(t)=\frac{-6}{t^2}-1<0$ suy ra hàm số nghịch biến

Mà $f(\sqrt{x+y})=f(\sqrt{8-4x})\Leftrightarrow x+y=8-4x\Leftrightarrow y=8-5x$

Thế vào PT(2) giải PT bậc 2 cơ bản.



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Câu 31 : Giải HPT : $\begin{cases} x^2+y^2+2x=3 \\ 2(x^3+y^3)+6x^2=3(x^2+y^2)+5 \end{cases}$

Ta có $2x.(1)-(2)=2y^3-2xy^2+2x^2=3(x^2+y^2)+5-6x$

$\Leftrightarrow y^2(2y-2x-3)=(x-1)(x-5)$

Mà

$y^2=3-x^2-2x=(1-x)(3+x)\Rightarrow (x-1)(x+3)(2y-2x-3)=(x-1)(5-x)$

Với $x=1\Rightarrow y=0$

Với $(x+3)(2y-2x-3)=(5-x)\Rightarrow y=\dfrac{5-x}{2(x+3)}+x+\dfrac{3}{2}=\dfrac{x^2+4x+7}{x+3}$

Thế vào PT(1) ta được :

$$x^2+2x+\left(\frac{x^2+4x+7}{x+3}\right)^2=3$$

$\Leftrightarrow (x^2+2x)(x+3)^2+(x^2+4x+7)^2=3(x+3)^2$

$\Leftrightarrow (x+1)^2(x^2+6x+11)=0$

$\Leftrightarrow x=-1\Rightarrow y=2$

Câu 32 : Giải HPT : $\begin{cases} x^2+xy+x+3=0 \\ y(x+3)+x+1=2\sqrt{x^2y+2y} \end{cases}$

Lấy $(1)-(2)=x^2+2-3y+2\sqrt{x^2y+2y}=0$



$$\Leftrightarrow (\sqrt{x^2+2}-\sqrt{y})(\sqrt{x^2+2}+3\sqrt{y})=0$$

$$\Rightarrow y=x^2+2$$

Thế vào PT(1) ta được : $x^3+x^2+3x+3=0 \Rightarrow x=-1 \Rightarrow y=3$

Câu 33 : Giải HPT : $\begin{cases}(x^2+y^2)(1+\dfrac{1}{x^2y^2})=5\\(xy-1)^2=x^2-y^2+2\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}(x+\dfrac{1}{x})^2+(y-\dfrac{1}{y})^2=5\\(x^2+1)(y^2-1)=2xy\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}(x+\dfrac{1}{x})^2+(y-\dfrac{1}{y})^2=5\\(x+\dfrac{1}{x})(y-\dfrac{1}{y})=2\end{cases}$$



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Đặt $\begin{cases} x+\dfrac{1}{x}=a \\ y-\dfrac{1}{y}=b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2+b^2=5 \\ ab=2 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} b=2 \\ a=1 \end{cases} \\ \begin{cases} b=-2 \\ a=-1 \end{cases} \\ \begin{cases} b=1 \\ a=2 \end{cases} \\ \begin{cases} b=-1 \\ a=-2 \end{cases} \end{array}\right.$

Xét từng TH giải x, y đơn giản .

Câu 34: Giải HPT : $\begin{cases} (x+1)^2(y+1)^2+9xy=0 \\ (x^2+1)(y^2+1)+10xy=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (x+2+\dfrac{1}{x})(y+2+\dfrac{1}{y})=-9 \\ (x+\dfrac{1}{x})(y+\dfrac{1}{y})=-10 \end{cases}$

Đặt $\begin{cases} x+\dfrac{1}{x}=a \\ y+\dfrac{1}{y}=b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a+2)(b+2)=-9 \\ ab=-10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b=-3 \\ ab=-10 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} b=2 \\ a=-5 \end{cases} \\ \begin{cases} b=-5 \\ a=2 \end{cases} \end{array}\right.$



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Do vai trò của x, y là như nhau nên ta xét 1 TH của cặp a,b rồi hoán đổi lại.

Câu 35 : Giải HPT : $\begin{cases}(x+y)\sqrt{x^2+7}+y\sqrt{2y^2+1}=xy+2y^2\\ 2x\sqrt{x^2+7}+(x+y)\sqrt{2y^2+1}=3xy-x^2\end{cases}$

Ta thấy $\begin{cases}x=0\\ y=0\end{cases}$ thỏa mãn là một cặp nghiệm của hệ

Xét $x^2+y^2>0$

Dùng định thức ta có :

$$\begin{cases}D=x^2+y^2\\ D_x=2y(x^2+y^2)\\ D_y=-x(x^2+y^2)\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x=\dfrac{D_x}{D}=2y\\ y=\dfrac{D_y}{D}=-x\end{cases}\Leftrightarrow x=-2x\Rightarrow x=y=0 \text{ (Loại)}$$

Kết hợp $\Rightarrow (x;y)=(0;0)$ là nghiệm duy nhất

Câu 36 : Giải HPT : $\begin{cases}(x+y)\sqrt{2xy+5}=4xy-3y+1\\ (x+2y)\sqrt{2xy+5}=6xy+x-7y-6\end{cases}$

Xét hệ mới : $\begin{cases}2.(1)-(2)\\ 3.(1)-2.(2)\end{cases}$

THẦY QUANG BABY
Tất cả vì học sinh thân yêu



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

$$\begin{cases} x-y-3=(2xy-5)-x\sqrt{2xy+5} \\ (x-y)\sqrt{2xy+5}=5y-2x+15 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-y-3=(2xy-5)-x\sqrt{2xy+5} \\ (x-y-3)(\sqrt{2xy+5}+5)=3(x-\sqrt{2xy+5}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (2xy+5-x\sqrt{2xy+5})(\sqrt{2xy+5}+5)=3(x-\sqrt{2xy+5})$$

$$\Leftrightarrow (x-\sqrt{2xy+5})(2xy+5+5\sqrt{2xy+5}+3)=0$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=\sqrt{2xy+5} \\ 2xy+5+5\sqrt{2xy+5}+3=0 \end{array}\right.$$

Có $2xy+5+5\sqrt{2xy+5}+3>0$

$\Leftarrow x=\sqrt{2xy+5} \Rightarrow xy=\dfrac{x^2-5}{2}$ .Thế vào PT(1) ta được

$$x^2+\frac{x^2-5}{2}=2(x^2-5)-\frac{3(x^2-5)}{2x}+1$$

$$\Leftrightarrow x^3-3x^2-13x+15=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3(L) \\ x=5 \Rightarrow y=2 \\ x=1 \Rightarrow y=-2 \end{array}\right.$$

Câu 37 : Giải HPT : $\begin{cases} y^2+x+xy-6y+1=0 \\ xy^3+x^2y+x-8y^2=0 \end{cases}$



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Lấy $(1)-(2)=xy(y^2+x-1)=(3y-1)^2$

Lại có $xy+(x+y^2-1)=2(3y-1)\Rightarrow xy,(y^2+x-1)$ là 2 nghiệm của PT

$X^2-2(3y-1)X+(3y-1)^2=0\Rightarrow X=3y-1$

$$\Rightarrow\begin{cases}xy=3y-1\\x+y^2-1=3y-1\end{cases}$$

Thấy $y=0$ không phải nghiệm của hệ.

Thế $x=\dfrac{3y-1}{y}$ vào PT(2) ta được :

$$\frac{3y-1}{y}+y^2=3y\Leftrightarrow y^3-3y^2+3y-1=0\Rightarrow y=-1\Rightarrow x=4$$

Câu 38 : Giải HPT : $\begin{cases}3x-y+\dfrac{3x+y}{x^2-y^2}=8\\3x+y+\dfrac{3x-y}{x^2-y^2}=7\end{cases}$

Đặt

$$\begin{cases}x+y=a\\x-y=b\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2b^2a+a^2b+2a+b=8ab\\2a^2b+ab^2+2b+a=7ab\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2a(b^2+1)+b(a^2+1)=8ab\\2b(a^2+1)+a(b^2+1)=7ab\end{cases}$$

($ab\neq 0$)

$$\Rightarrow\frac{2a(b^2+1)+b(a^2+1)}{2b(a^2+1)+a(b^2+1)}=\frac{8}{7}\Rightarrow 2a(b^2+1)=3b(a^2+1)$$



TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Mà có $3a(b^2+1)+3b(a^2+1)=15ab$

$$\Rightarrow 5a(b^2+1)=15ab \Rightarrow b^2-3b+1=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} b=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2} \\ b=\dfrac{3-\sqrt{5}}{2} \end{array}\right.$$

Với $b=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow a^2+1=2a.\dfrac{b^2+1}{3b}=2a \Rightarrow a=1$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+y=1 \\ x-y=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Với $b=\dfrac{3-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow a^2+1=2a.\dfrac{b^2+1}{3b}=2a \Rightarrow a=1$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+y=1 \\ x-y=\dfrac{3-\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

THẦY QUANG BABY

Tất cả vì học sinh thân yêu



GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH , PHƯƠNG TRÌNH NGHIỆM KÉP

ĐÁNH GIÁ PHẦN SAU BẰNG CASIO

THẦY QUANG BABY

Bài 1 : $2x^2-3x-2=x\sqrt{2x-5}+2(x-2)\sqrt{2x-2}$

Bài 2 : $x\sqrt{2x-5}+2(x-2)\sqrt{2x-2}=x^3-7x^2+24x-29$

Bài 3 : $5x\sqrt{2x+5}-(x-1)\sqrt{3x^2-3}\geq 32x^2+114x+99(1)$

BÀI 2 : $2x^2+\sqrt{5x+6}+\sqrt{7x+11}\geq 4x+9$, Điều kiện : $x\geq -\frac{6}{5}$

Bước 1 , dò nghiệm ta được 2 nghiệm : x = 2 , x = -1 .

$$2x^2+\sqrt{5x+6}+\sqrt{7x+11}\geq 4x+9$$
$$\Leftrightarrow 2(x^2-x-2)-\left[x+2-\sqrt{5x+6}\right]-\left[x+3-\sqrt{7x+11}\right]\geq 0$$
$$\Leftrightarrow (x^2-x-2)\left[2-\frac{1}{x+2+\sqrt{5x+6}}-\frac{1}{x+3+\sqrt{11x+7}}\right]\geq 0$$

Bước 2 , ta chứng minh biểu thức trong ngoặc luôn dương

Ta đặt : $f(x)=\left[2-\frac{1}{x+2+\sqrt{5x+6}}-\frac{1}{x+3+\sqrt{11x+7}}\right]$

Chứng minh $f(x)\geq 0$, bằng việc sử dụng casio , chức năng Table như sau :

Nhập mode , 7 , $g(x)=\frac{1}{x+2+\sqrt{5x+6}}$, start -6/5 , end 5 , step 0,2 thấy g(x) lớn hơn 1,25 , vậy ta tách biểu thức $\frac{5}{4}-\frac{1}{x+2+\sqrt{5x+6}}\succ 0$, còn lại ta có $\frac{3}{4}-\frac{1}{x+3+\sqrt{11x+7}}$

Việc còn lại các em biến đổi tương đương thôi .

Facebook cá nhân : https://www.facebook.com/quang.manngoc



Bước 3 : Kết luận : $(x^2-x-2)\left[2-\frac{1}{x+2+\sqrt{5x+6}}-\frac{1}{x+3+\sqrt{11x+7}}\right]\geq 0 \Leftrightarrow x^2-x-2\geq 0$

Nghiệm : $-1.25\leq x\leq -1$ hoặc $x>2$

Video hướng dẫn : https://www.youtube.com/watch?v=fGcVf77I-9g

Giải bài 3 : Điều kiện : $\left[\begin{array}{l} x\geq 1 \\ -2.5\leq x\leq -1 \end{array}\right.$

CHÚNG TA GIẢI MỘT BPT CŨNG GIỐNG NHƯ GIẢI MỘT PHƯƠNG TRÌNH , GỒM CÁC BƯỚC SAU :

Bước 1 : Casio ta tìm được nghiệm kép , các em bấm Shift + Cal thì sẽ thấy Eror , nhưng thực tế không phải là vô nghiệm , các e thử nhật : Mode , 7 , f(x) = VT – VP , Start -2,5 , end -1 , step 0,2 . Các em sẽ thấy x = -2 thì f(x) = 0 và không đổi dấu , vậy ta sẽ có f(x) = 0 có nghiệm kép

BƯỚC 1: DÒ NGHIỆM : Dùng casio phát hiện ra nghiệm kép (qua chức năng Table) : x = -2

Tiếp đến chúng ta tạo lien hợp cho các căn : $\sqrt{2x+5}=ax+b$: sử dụng điều kiện để 2 đường tiếp xúc :

$\begin{cases} f(x)=g(x) \\ f'(x)=g'(x) \end{cases}$ xét tại điểm có x = - 2 ta có hệ : $\begin{cases} -2a+b=1 \\ a=1 \end{cases}$

Vậy ta có được liên hợp : $\sqrt{2x+5}-(x+3)$, làm hoàn toàn tương tự ta sẽ có : $\sqrt{3x^2-3}+(2x+1)$

$$(1)\Leftrightarrow 5x(\sqrt{2x+5}-x-3)-(x-1)(\sqrt{3x^2-3}+2x+1)\geq 25(x^2+4x+4)$$

$$\Leftrightarrow (x^2+4x+4)\left[\frac{5x}{\sqrt{2x+5}+x+3}-\frac{x-1}{\sqrt{3x^2-3}-2x-1}+25\right]\leq 0 \Leftrightarrow (x+2)^2.f(x)\leq 0$$

$$f(x)=\frac{5x}{\sqrt{2x+5}+x+3}-\frac{5x}{\sqrt{3x^2-3}-2x-1}+25$$

BƯỚC 2 : XỬ LÝ BIỂU THỨC TRONG NGOẶC :



THẦY QUANG BABY

Tất cả vì học sinh thân yêu

TUYỂN CHỌN HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Xét : $f(x)=\frac{5x}{\sqrt{2x+5}+x+3}-\frac{x-1}{\sqrt{3x^2-3}-2x-1}+25$, ta chứng minh nó luôn dương với mọi x thuộc tập xác định

+)Đầu tiên ta khẳng định rằng : $x\geq 1$ thì $f(x)\geq 0$, chỗ này em cứ dung table , mode 7 , star 1 , end 100 , step 10 xem , sẽ thầy

+)Xét $-2.5\leq x\leq -1$,dung chức năng table ta thấy $f(x)=\frac{5x}{\sqrt{2x+5}+x+3}-\frac{x-1}{\sqrt{3x^2-3}-2x-1}+25>0$ (bấm mode 7 , nhập f(x) , start -2,5 , end -2 , step 0,2)

Chọn riêng hàm $g(x)=-\frac{x-1}{\sqrt{3x^2-3}-2x-1}$ (bấm mode 7 , nhập f(x) , start -2,5 , end -2 , step 0,2) thì ta thấy $g(x)\geq -25$, vậy ta sẽ có $\frac{5x}{\sqrt{2x+5}+x+3}+25>0$, cái này các em dễ chứng minh bằng biến đổi tương đương .

Vậy trên tập xác định thì $f(x)\geq 0$, vậy $(1)\Leftrightarrow (x+2)^2\leq 0\Leftrightarrow x=-2$

Đáp sô : x = -2